第25卷第2期 管理科学 ISSN 1672-0334 Vol. 25 No. 2 112-120
2012年4月 Journal of Management Science April, 2012

基于悲观度的双边匹配决策问题研究

乐 琦[1,2],樊治平[2]
1 江西财经大学 信息管理学院,南昌 330013
2 东北大学 工商管理学院,沈阳 110819

摘要:双边匹配决策问题一直是经济管理和计算几何等领域研究的热点和难点问题之一。针对双边主体偏好信息为序值的双边匹配决策问题,提出基于悲观度的新方法,给出具有序值形式信息的双边匹配决策问题的描述,引入能够反映功利型中介悲观度的满意度和支付的计算公式。在此基础上,考虑到匹配主体对之间的满意度和功利型中介的收益,构建求解双边匹配决策问题的多目标优化模型。运用基于隶属函数的加权和方法将多目标优化模型转化为单目标优化模型,运用 Hungarian 法进行求解获得双边匹配方案,通过算例说明给出方法的有效性。计算结果表明,悲观度取值不同,运用该方法获得的双边匹配方案也可能会不同,即双边匹配方案能反映不同功利型中介的不同风险偏好。

关键词:双边匹配;序值;功利型中介;悲观度;优化模型;双边匹配方案
中图分类号:C934 **文献标识码**:A **文章编号**:1672-0334(2012)02-0112-09

1 引言

在现实生活中,许多问题都涉及到一边中的一个或多个主体与另一边中的一个或多个主体通过中介机构进行匹配的情形,如男女婚姻问题[1]、高考录取问题[2-4]等。随着市场经济和电子商务的迅速发展,经济管理中双边匹配决策问题引起更为广泛的关注,如人力资源管理中的求职者与岗位匹配问题[5-6]、电子中介中商品买卖问题[7-8]以及风险投资活动中风险投资商与风险企业匹配问题[9]。因此,双边匹配决策问题具有广泛的实际应用范围。

双边匹配决策问题的研究起源于大学录取问题[10]。1962年,Gale 等[11]对稳定指派的概念、存在性、最优性和求解算法等进行了开创性研究,为双边匹配决策理论和方法的发展奠定了基础。根据 Alkan 等[10]对大学与学生、男士与女士之间的指派问题的提炼和分析,Roth[12]在研究中明确提出双边匹配的概念。双边匹配是指如何匹配两个不同有限集合中的主体,尽量使每个主体匹配到满意的另一边主体。双边匹配一般是通过中介进行匹配[13-14],中介通常是指撮合双边主体进行匹配的个人、机构或决策系统,包括公益型中介和功利型中介。

此后,许多学者将研究问题进行扩展,针对不同的实际问题采用不同的方法进行研究,或从理论上完善、补充和扩展 Gale-Shapley 算法,或采用其他方法得到不同视角下的双边匹配方案[15-20]。然而,Gale-Shapley 及其扩展算法是基于稳定性给出的,不能使匹配主体对之间的满意度都尽可能大;同时,已有研究很少考虑功利型中介的收益要求。因此,如何采用有效的决策分析方法研究双边匹配决策问题,对提高经济活动效率、管理的有效性及组织或企业的竞争力具有重要的理论意义和实际应用价值。

2 相关研究评述

目前,有关双边匹配决策问题的研究引起国内外众多学者的广泛关注[21-30]。为了便于符号描述,国外学者通常把具有序值形式信息的双边匹配决策问

收稿日期:2011-09-30 **修返日期**:2011-12-07
基金项目:国家自然科学基金(71001020);教育部人文社会科学基金(12YJC630080)
作者简介:乐琦(1983-),男,江西东乡人,毕业于东北大学,获博士学位,现为江西财经大学信息管理学院讲师,研究方向:管理决策分析和运筹学等。E-mail:yueqichina@126.com

题表述为婚姻匹配问题。McVitie 等[21] 给出了基于“breakmarriage operation”的递归算法获得全部的稳定婚姻匹配;Teo 等[22] 研究 Gale-Shapley 稳定婚姻模型中的最优欺骗策略;Korkmaz 等[23] 运用 AHP 法和改进的 Gale-Shapley 算法将军事人员与工作任务进行匹配,并构建双边匹配的决策支持系统;Rothblum[24] 刻画了稳定匹配作为某一多面体顶点的特征;Teo 等[25] 运用多面体的方法研究稳定婚姻和稳定室友问题的几何特征;Ehlers[26] 研究一对一稳定匹配的核的性质和结构;Knoblauch[27] 研究一边主体偏好为随机生成的 Gale-Shapley 算法的性质。针对双边主体偏好信息不完全和不严格情形下的婚姻匹配问题,Manlove 等[28] 给出二次逼近算法;在此基础上,Halldórsson 等[29] 给出随机逼近算法;更进一步地,Iwama 等[30] 提出近似迭代次数更少的逼近算法。此外,一些学者还从经济博弈的角度研究双边匹配决策问题[31-33]。

已有研究推动了双边匹配决策理论的发展,丰富了双边匹配决策模型和方法,扩大了双边匹配实际应用范围,同时为经济管理和企业管理等方面的进一步研究奠定了基础。然而,需要指出的是,已有研究大多从 Gale-Shapley 及其扩展算法方面进行研究,但基于稳定性的 Gale-Shapley 算法及其扩展算法只能得到部分主体最优的双边匹配方案,现实问题中,主体可能更关心自身的满意度,更少关注双边匹配方案的稳定性;另外,已有研究很少考虑到功利型中介的利益,即很少以货币量的多少衡量功利型中介的收益,而通过货币形式考虑功利型中介收益显然更具有经济意义。由于不同的功利型中介可能具有不同的风险偏好,本研究引入悲观度来衡量不同功利型中介的不同风险偏好,以探讨每个主体的满意度和功利型中介的收益。鉴于此,本研究提出一种基于悲观度的双边匹配决策方法,通过给出能够反映功利型中介悲观度的满意度和支付计算公式,构建求解该问题的多目标优化模型,依据模型求解获得双边匹配方案。

3 双边匹配决策问题描述

在以双边主体偏好信息为序值的双边匹配决策问题中,设甲方主体集合为 A,$A=\{A_1,A_2,\cdots,A_m\}$,A_i 为第 i 个甲方主体,$i=1,2,\cdots,m$;乙方主体集合为 B,$B=\{B_1,B_2,\cdots,B_n\}$,B_j 为第 j 个乙方主体,$j=1,2,\cdots,n$。为方便起见,设 $m\leqslant n$,记 $I=\{1,2,\cdots,m\}$,$J=\{1,2,\cdots,n\}$。设 $\boldsymbol{R}_i$ 为甲方主体 A_i 给出的关于乙方主体集合 B 的序值向量,$\boldsymbol{R}_i=(r_{i1},r_{i2},\cdots,r_{in})$,$r_{ij}$ 表示甲方主体 A_i 把乙方主体 B_j 排在第 r_{ij} 位,$r_{ij}\in J$;设 $\boldsymbol{T}_j$ 为乙方主体 B_j 给出的关于甲方主体集合 A 的序值向量,$\boldsymbol{T}_j=(t_{1j},t_{2j},\cdots,t_{mj})^T$,$t_{ij}$ 表示乙方主体 B_j 把甲方主体 A_i 排在第 t_{ij} 位,$t_{ij}\in I$。依据文献[34-37],双边匹配的定义描述如下。

定义 1　双边匹配界定为甲乙双方主体集合之间的一一映射 $\mu: A\cup B\rightarrow A\cup B$,且 $\forall A_i\in A$,$\forall B_j\in B$ 满足下列条件,① $\mu(A_i)\in B$,② $\mu(B_j)\in A\cup B_j$,③ $\mu(A_i)=B_j$ 当且仅当 $\mu(B_j)=A_i$,其中 $\mu(A_i)=B_j$ 表示 A_i 与 B_j 在 μ 中匹配,$\mu(B_j)=B_j$ 表示 B_j 与自身匹配,即 B_j 在 μ 中为单身。

设 $\mu(A_i)\neq B_j$ 表示 A_i 与 B_j 在 μ 中不匹配,称 (A_i,B_j) 为 μ-匹配主体对当且仅当 $\mu(A_i)=B_j$。根据条件③可知,若 (A_i,B_j) 为 μ-匹配主体对,则 (B_j,A_i) 也为 μ-匹配主体对。因此,双边匹配 μ 也可表示为 $\mu=\mu_t\cup\mu_s$,$\mu_t=\{(A_i,B_{f(i)})\mid i=1,2,\cdots,m\}$,$\mu_s=\{(B_j,B_j)\mid j\in\{1,2,\cdots,n\}\setminus\{f(1),f(2),\cdots,f(m)\}\}$,$B_{f(i)}=\mu(A_i)$,$f(i)$ 为与甲方主体 A_i 匹配的乙方主体的下标,$f(i)\in J$,且 $\forall k\in I,k\neq i,f(i)\neq f(k)$。

根据以上描述,具有序值形式信息的双边匹配决策问题可由图 1 表示。

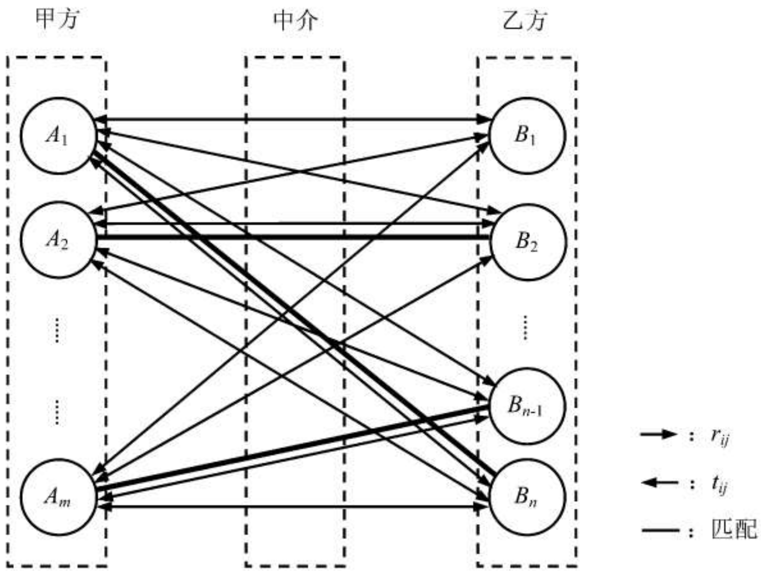

图 1　具有序值信息的双边匹配决策问题

Figure 1　Decision Problem of Two-sided Matching with Ordinal Numbers

图 1 中,A_i与B_j之间的有向细线的权值表示它们之间的序值偏好大小,A_i与B_j之间的无向粗线表示A_i与B_j匹配;μ_t表示由 m 条无向粗线连接形成的匹配主体对集合,B_1在该匹配μ中是单身。根据条件① ~ ③可知,对于主体A_1,有 n 个乙方主体可选择,设$\mu(A_1) = B_{f(1)}$;对于主体A_2,有$(n-1)$ 个乙方主体可选择,设$\mu(A_2) = B_{f(2)}$, $f(2) \neq f(1)$;…;对于主体A_m,有$(n-m+1)$ 个乙方主体可选择,设$\mu(A_m) = B_{f(m)}$, $f(m) \neq f(m-1) \neq \cdots \neq f(1)$。因此,在甲乙双方主体数目分别为 m 和$n(m \leqslant n)$ 的情形下,共有$n \cdot (n-1) \cdot \cdots \cdot (n-m+1) = \frac{n!}{(n-m)!}$ 个双边匹配。

基于上面的论述,本研究要解决的问题是,依据序值向量 $\boldsymbol{R}_i$ 和 $\boldsymbol{T}_j$,综合考虑功利型中介因素,通过某种有效的决策方法,在$\frac{n!}{(n-m)!}$个双边匹配中选择一个最优的,使匹配主体对之间的满意度和功利型中介的收益都尽可能大。

4 基于悲观度的双边匹配决策方法

4.1 基于悲观度的满意度和支付

针对具有序值形式信息的双边匹配决策问题,不失一般性,若甲方主体 A_i 把乙方主体 B_j 排在第一位,即$r_{ij} = 1$,则A_i对B_j的满意性程度最高;若甲方主体A_i把乙方主体B_l排在最后一位,即$r_{il} = n$,则A_i对B_l的满意性程度最低。这里,把主体对另一方主体的满意性程度称为满意度。因此,满意度与序值之间存在严格单调递减的函数关系,且最小满意度大于单身时的满意度,即每个主体都是个人理性的[35-36]。一般地,主体单身时的满意度为 0,则最小满意度大于 0。此外,由于现实问题是由中介进行双边匹配,因而不同功利型中介的不同风险偏好将对双边主体对之间的满意度大小产生影响,进而给出如下定义。

定义 2 设α_{ij}为甲方主体A_i对乙方主体B_j的满意度,β_{ij}为乙方主体B_j对甲方主体A_i的满意度,则满意度α_{ij}和β_{ij}分别表示为

$$\alpha_{ij} = \left(\frac{n+1-r_{ij}}{n}\right)^{\theta}$$

$$i = 1,2,\cdots,m \quad j = 1,2,\cdots,n \tag{1}$$

$$\beta_{ij} = \left(\frac{m+1-t_{ij}}{m}\right)^{\theta}$$

$$i = 1,2,\cdots,m \quad j = 1,2,\cdots,n \tag{2}$$

其中,θ为悲观度,$\theta > 0$,用来衡量不同功利型中介的不同风险偏好。高的悲观度可看做是低的风险偏好,此时功利型中介是风险规避的;低的悲观度可看做是高的风险偏好,此时功利型中介是风险追求的[38]。进一步可知,当$\theta < 1$时,功利型中介是乐观的(或风险追求的),当$\theta > 1$时,功利型中介是悲观的(或风险规避的),当$\theta = 1$时,功利型中介是中立的(或风险中立的)。在离散情形下,悲观度可通过定义为一个语言变量来反映功利型中介的风险偏好,如表 1 所示[38],通过表 1 可以确定功利型中介的悲观度。一般地,若功利型中介不能或不愿给出具体的风险偏好,则取$\theta = 1$。

依据(1)式,可得$\alpha_{ij} \in (0,1]$,$\alpha_{ij} = 1$当且仅当$r_{ij} = 1$;依据(2) 式,可得$\beta_{ij} \in (0,1]$,$\beta_{ij} = 1$ 当且仅当$t_{ij} = 1$。

类似于满意度分析,不失一般性,若甲方主体 A_i与乙方主体 B_j 匹配,且$r_{ij} = 1$,则功利型中介对主体A_i的收费标准最高;若甲方主体A_i与乙方主体B_l匹配,且$r_{il} = n$,则功利型中介对主体A_i的收费标准最低。这里,把功利型中介对主体的收费标准称为支付。因此,支付与序值之间存在严格单调递减的函数关系,且最小支付大于单身时的支付,即功利型中介和每个主体都是个人理性的[35-36]。一般地,主体单身时的支付为 0,则最小支付大于 0。此外,由于现实问题是由中介进行双边匹配,因而不同功利型中介的不同风险偏好将对主体的支付大小产生影响,进而给出如下定义。

定义 3 设γ_{ij}为甲方主体A_i与乙方主体B_j匹配时功利型中介给出的甲方主体A_i的支付,η_{ij}为甲方主体A_i与乙方主体B_j匹配时中介给出的乙方主体B_j的支付,则支付γ_{ij}和η_{ij}分别表示为

$$\gamma_{ij} = \left(\frac{n+1-r_{ij}}{n}\right)^{\theta}\gamma_0$$

$$i = 1,2,\cdots,m \quad j = 1,2,\cdots,n \tag{3}$$

$$\eta_{ij} = \left(\frac{m+1-t_{ij}}{m}\right)^{\theta}\eta_0$$

$$i = 1,2,\cdots,m \quad j = 1,2,\cdots,n \tag{4}$$

其中,γ_1为与排在第一位乙方主体匹配的某甲方主体的支付,η_1为与排在第一位甲方主体匹配的某乙方主体的支付。(3) 式和(4) 式中的参数θ也可用其他希腊字母表示,如$\varpi(\vartheta)$等。对于同一个功利型中介,$\varpi(\vartheta)$与θ的取值也可能不同,这反映该功利型中介在满意度与支付情形下的风险偏好不同。为方便起见,本研究假设同一个功利型中介在满意度与支付情形下的悲观度相同。

表1 参数 θ 在语言环境下的含义

Table 1 Meanings of Parameter θ under Linguistic Environment

语言短语	绝对悲观	…	非常悲观	很悲观	悲观	风险中立	乐观	很乐观	非常乐观	…	绝对乐观
θ	$\theta \to +\infty$	…	$\theta = 8$	$\theta = 4$	$\theta = 2$	$\theta = 1$	$\theta = \frac{1}{2}$	$\theta = \frac{1}{4}$	$\theta = \frac{1}{8}$	…	$\theta \to 0$

4.2 基于悲观度的双边匹配决策模型

基于序值向量 $\boldsymbol{R}_i$ 和 $\boldsymbol{T}_j$, 分别建立序值矩阵 R 和 T, $R=[r_{ij}]_{m\times n}$, $T=[t_{ij}]_{m\times n}$。依据(1)式和(2)式,序值矩阵 R 和 T 转化为满意度矩阵 A 和 B, $A=[\alpha_{ij}]_{m\times n}$, $B=[\beta_{ij}]_{m\times n}$,依据(3)式和(4)式,序值矩阵 R 和 T 转化为支付矩阵 $\boldsymbol{\Gamma}$ 和 H, $\boldsymbol{\Gamma}=[\gamma_{ij}]_{m\times n}$, $H=[\eta_{ij}]_{m\times n}$。

依据满意度矩阵 A 和 B、支付矩阵 $\boldsymbol{\Gamma}$ 和 H,进一步构造双边匹配决策优化模型。设 x_{ij} 表示一个0-1变量, $x_{ij}=0$ 表示 $\mu(A_i)\neq B_j$, $x_{ij}=1$ 表示 $\mu(A_i)=B_j$,构建如下多目标优化模型,即

$$\max Z_1=\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}\alpha_{ij}x_{ij} \tag{5a}$$

$$\max Z_2=\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}\beta_{ij}x_{ij} \tag{5b}$$

$$\max Z_3=\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}(\gamma_{ij}+\eta_{ij})x_{ij} \tag{5c}$$

$$s.t.\ \sum_{j=1}^{n}x_{ij}=1\quad i=1,2,\cdots,m \tag{5d}$$

$$\sum_{i=1}^{m}x_{ij}\leqslant 1\quad j=1,2,\cdots,n \tag{5e}$$

$$x_{ij}=0\text{ 或 }1\quad i=1,2,\cdots,m\quad j=1,2,\cdots,n \tag{5f}$$

其中, Z_1 为甲方主体对乙方主体的满意度总和, Z_2 为乙方主体对甲方主体的满意度总和, Z_3 为甲乙双方的支付总和。(5a)式~(5c)式是目标函数,(5a)式的含义是尽可能使甲方主体对乙方主体的满意度总和最大,(5b)式的含义是尽可能使乙方主体对甲方主体的满意度总和最大,(5c)式的含义是最大化功利型中介的收益,(5d)式的含义是每个甲方主体必须且只能与一个乙方主体匹配,(5e)式的含义是每个乙方主体至多与一个甲方主体匹配。

4.3 双边匹配决策模型的求解

由于目标函数的量纲可能不同,为求解该模型,本研究采用基于隶属函数的加权和方法[39]。设 $Z_1^{\max}$、$Z_2^{\max}$ 和 $Z_3^{\max}$ 分别为单独考虑目标 Z_1、Z_2 和 Z_3 时所得的单目标最大值,设 $Z_1^{\min}$、$Z_2^{\min}$ 和 $Z_3^{\min}$ 为相应的单目标最小值,则目标 Z_1、Z_2 和 Z_3 的隶属度函数 μ_{Z_1}、μ_{Z_2} 和 μ_{Z_3} 可分别定义为

$$\mu_{Z_1}=\frac{Z_1^{\max}-Z_1}{Z_1^{\max}-Z_1^{\min}} \tag{6}$$

$$\mu_{Z_2}=\frac{Z_2^{\max}-Z_2}{Z_2^{\max}-Z_2^{\min}} \tag{7}$$

$$\mu_{Z_3}=\frac{Z_3^{\max}-Z_3}{Z_3^{\max}-Z_3^{\min}} \tag{8}$$

设 w_1、w_2 和 w_3 分别对应 μ_{Z_1}、μ_{Z_2} 和 μ_{Z_3}(也即目标 Z_1、Z_2 和 Z_3)的权重,满足 $\sum_{p=1}^{3}w_p=1$, $0<w_1<1$, $0<w_2<1$, $0<w_3<1$。通过线性加权法建立新的目标函数为

$$\min \bar{Z}=w_1\mu_{Z_1}+w_2\mu_{Z_2}+w_3\mu_{Z_3} \tag{9a}$$

$$s.t.\ \sum_{j=1}^{n}x_{ij}=1\quad i=1,2,\cdots,m \tag{9b}$$

$$\sum_{i=1}^{m}x_{ij}\leqslant 1\quad j=1,2,\cdots,n \tag{9c}$$

$$x_{ij}=0\text{ 或 }1\quad i=1,2,\cdots,m\quad j=1,2,\cdots,n \tag{9d}$$

其中,权重 $w_p(p=1,2,3)$ 反映目标 Z_k 在实际决策问题中的重要性程度,它由功利型中介与甲乙双方主体磋商后给出,通常考虑到甲乙双方主体的公平性,有 $w_1=w_2$。

进一步地,若用(9a)式替代(5a)式~(5c)式,则多目标优化模型(5)式转化为由(9a)式和(5d)式、(5e)式、(5f)式构成的单目标优化模型,记为模型(9)式。显然,模型(9)式可转化为标准的指派问题模型,这样可使用 Hungarian 法进行求解。当模型(9)式中的变量和约束条件个数较多时,可采用Lingo 9.0、Cplex 9.0、WinQSB 2.0 等软件,或采用启发式方法(如遗传算法、禁忌搜索算法等)进行求解。根据模型求解结果,可获得双边匹配方案。

定理1　模型(9)式必存在最优解。

证明:把单独考虑目标 Z_1、Z_2 和 Z_3 的最大化优化模型分别记为模型(9.1)式、(9.2)式和(9.3)式,以模型(9.1)式为例,可表示为

$$\max Z_1=\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}\alpha_{ij}x_{ij} \tag{9.1a}$$

$$s.t.\ \sum_{j=1}^{n}x_{ij}=1\quad i=1,2,\cdots,m \tag{9.1b}$$

$$\sum_{i=1}^{m}x_{ij}\leqslant 1\quad j=1,2,\cdots,n \tag{9.1c}$$

$$x_{ij}=0\text{ 或 }1\quad i=1,2,\cdots,m\quad j=1,2,\cdots,n \tag{9.1d}$$

把单独考虑目标 Z_1、Z_2 和 Z_3 的最小化优化模型分别记为模型(9.4)式、(9.5)式与(9.6)式。以模型(9.4)式为例,可表示为

$$\min Z_1=\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}\alpha_{ij}x_{ij} \tag{9.4a}$$

$$s.t.\ \sum_{j=1}^{n}x_{ij}=1\quad i=1,2,\cdots,m \tag{9.4b}$$

$$\sum_{i=1}^{m}x_{ij}\leqslant 1\quad j=1,2,\cdots,n \tag{9.4c}$$

$$x_{ij}=0\text{ 或 }1\quad i=1,2,\cdots,m\quad j=1,2,\cdots,n \tag{9.4d}$$

根据模型(9.1)式~(9.6)式和模型(9)式的特征可知,若模型(9.1)式存在最优解,则模型(9.2)式~(9.6)式和模型(9)式的最优解也存在。由于模型(9.1)式是含有 mn 个变量的0-1整数规划,则它最多产生 2^{mn} 个可行解。显然, $x_{ij}=\begin{cases}1 & j=i\\ 0 & j\neq i\end{cases}$, $i=1,2,\cdots,m$, $j=1,2,\cdots,n$, 为模型(9.1)式的可行解,则模型(9.1)式的可行域非空。因此,由(9.1a)式确定的目标函数在可行域某点达到最大,即模型(9.1)式必存在最优解。进一步可知,模型(9)式必存在最优解。

根据多目标规划理论可知,模型(9)式的最优解是模型(5)式的有效解。

综上,求解具有序值形式信息的双边匹配决策问题的步骤如下。

步骤1　基于序值向量 $\boldsymbol{R}_i$ 和 $\boldsymbol{T}_j$ 分别建立序值矩阵 R 和 T;

步骤 2 功利型中介给出参数 θ、γ_1 和 η_1 的取值;

步骤 3 依据(1)式和(2)式,将序值矩阵 R 和 T 转化为满意度矩阵 A 和 B;

步骤 4 依据(3)式和(4)式,将序值矩阵 R 和 T 转化为支付矩阵 Γ 和 H;

步骤 5 依据满意度矩阵 A 和 B、支付矩阵 Γ 和 H 建立优化模型(5)式;

步骤 6 求解优化模型(9.1)式~(9.6)式,计算 $Z_p^{\max}$、$Z_p^{\min}$,$p=1,2,3$;

步骤 7 依据优化模型(5)式~(8)式建立优化模型(9)式;

步骤 8 求解优化模型(9)式,获得双边匹配方案。

5 算例

中国上海某投资中介公司 SII 负责聚合风险投资商和风险企业双方的信息,并对双方进行全面考察和客观评价,使双方形成合理匹配。SII 在某一时段收到 5 个风险投资商($A_1,A_2,\cdots,A_5$)的投资信息和 6 个风险企业($B_1,B_2,\cdots,B_6$)的需求信息。风险投资商对风险企业的序值综合评价主要考虑投资回收期、年投资报酬率、技术水平、规避风险能力、市场的可进入性、企业家素质和投资环境等指标,风险企业对风险投资商的序值综合评价主要考虑投资额度、投资实力、投资成功率、信誉和企业家素质等指标[40-42]。风险投资商 A_i 通过 SII 提供的风险企业指标属性值,给出风险企业集合 B 的序值向量 $\boldsymbol{R}_i=[r_{i1},r_{i2},\cdots,r_{i6}]$,$i=1,2,\cdots,5$;风险企业 B_j 通过 SII 提供的风险投资商指标属性值,给出风险投资商集合 A 的序值向量 $\boldsymbol{T}_j=[t_{1j},t_{2j},\cdots,t_{5j}]^T$,$j=1,2,\cdots,6$。

$\boldsymbol{R}_1=[3,5,2,1,6,4]$ $\quad$ $\boldsymbol{R}_2=[1,3,4,6,5,1]$

$\boldsymbol{R}_3=[4,3,5,2,1,6]$ $\quad$ $\boldsymbol{R}_4=[5,1,6,3,4,2]$

$\boldsymbol{R}_5=[2,5,1,6,3,4]$

$\boldsymbol{T}_1=[4,1,3,5,2]^T$ $\quad$ $\boldsymbol{T}_2=[2,3,5,1,4]^T$

$\boldsymbol{T}_3=[1,5,2,4,3]^T$ $\quad$ $\boldsymbol{T}_4=[4,2,1,2,5]^T$

$\boldsymbol{T}_5=[2,4,5,1,3]^T$ $\quad$ $\boldsymbol{T}_6=[5,1,3,2,4]^T$

考虑尽量使风险投资商和风险企业之间的满意度及功利型中介的收益最大,依据文中给出的基于悲观度的决策分析方法,获得双边匹配决策方案。下面简要说明使用该方法的计算过程。

依据 $\boldsymbol{R}_i(i=1,2,\cdots,5)$ 和 $\boldsymbol{T}_j(j=1,2,\cdots,6)$,分别建立序值矩阵 $R=[r_{ij}]_{5\times6}$ 和 $T=[t_{ij}]_{5\times6}$。依据(1)式和(2)式,序值矩阵 R 和 T 转化为满意度矩阵 $A=[\alpha_{ij}]_{5\times6}$ 和 $B=[\beta_{ij}]_{5\times6}$,如表 2 和表 3 所示;依据(3)式和(4)式,序值矩阵 R 和 T 转化为支付矩阵 $\Gamma=[\gamma_{ij}]_{5\times6}$ 和 $H=[\eta_{ij}]_{5\times6}$,如表 4 和表 5 所示,其中 $\theta=2$,$\gamma_1=6$,$\eta_1=5$。

表 2 满意度矩阵 $A=[\alpha_{ij}]_{5\times6}$

Table 2 Satisfaction Degree Matrix $A=[\alpha_{ij}]_{5\times6}$

α_{ij}	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6
A_1	0.028	0.250	0.694	1.000	0.111	0.444
A_2	0.694	0.111	0.250	0.028	1.000	0.444
A_3	1.000	0.444	0.250	0.111	0.694	0.111
A_4	0.694	1.000	0.444	0.250	0.028	0.694
A_5	0.250	0.694	0.111	1.000	0.444	0.028

表 3 满意度矩阵 $B=[\beta_{ij}]_{5\times6}$

Table 3 Satisfaction Degree Matrix $B=[\beta_{ij}]_{5\times6}$

β_{ij}	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6
A_1	1.000	0.640	0.040	0.160	0.640	0.040
A_2	0.160	0.360	1.000	0.640	0.160	0.360
A_3	0.360	1.000	1.000	1.000	0.040	0.640
A_4	0.040	0.040	0.160	0.640	1.000	0.160
A_5	0.640	0.160	0.360	0.040	0.360	1.000

依据表2～表5,构建多目标优化模型(5)式;通过求解模型(9.1)式～(9.6)式,可得$Z_1^{max}=4.694$,$Z_1^{min}=0.306$,$Z_2^{max}=5$,$Z_2^{min}=0.320$,$Z_3^{max}=32.767$,$Z_3^{min}=16.533$。考虑到风险投资商和风险企业的公平性,有$w_1=w_2$。若设μ_{Z_1}、μ_{Z_2}和μ_{Z_3}的权重为$w_1=w_2=w_3=\frac{1}{3}$,则依据(6)式～(8)式可建立单目标优化模型(9)式,其中,效率矩阵$V=[v_{ij}]_{5\times6}$如表6所示。因此,求解优化模型(9)式,可得双边匹配方案$\mu^*=\mu_t^*\cup\mu_s^*$,$\mu_t^*=\{(A_1,B_4),(A_2,B_5),(A_3,B_1),(A_4,B_2),(A_5,B_6)\}$,$\mu_s^*=\{(B_3,B_3)\}$,即$A_1$与$B_4$匹配,$A_2$与$B_5$匹配,$A_3$与$B_1$匹配,$A_4$与$B_2$匹配,$A_5$与$B_6$匹配,$B_3$单身。当$\gamma_0=6$、$\eta_0=5$时,基于悲观度$\theta$及权重$w_1$、$w_2$和$w_3$,双边匹配方案$\mu^*$如表7所示。

为分析方便,将权重w_1、w_2和w_3不同取值表示为如下3种情形。

情形1　$w_1=w_2=0.100$和$w_3=0.800$;

情形2　$w_1=w_2=w_3=\frac{1}{3}$;

情形3　$w_1=w_2=0.450$和$w_3=0.100$。

从表7可知,① 悲观度θ取值分别为2、1和$\frac{1}{8}$,获得的双边匹配方案μ^*都不同;② 当$\theta=2$时,情形1和情形2下获得的双边匹配方案μ^*相同,但与情形3下获得的双边匹配方案μ^*不同;③ 当$\theta=1$时,情形1、情形2和情形3下获得的双边匹配方案μ^*相同;④ 当$\theta=\frac{1}{8}$时,情形1和情形2下获得的双边匹配方案μ^*相同,但与情形3下获得的双边匹配方案μ^*不同。

以上分析说明,悲观度θ取值不同,双边匹配方案可能会不同;悲观度取值相同,目标函数权重w_1、w_2和w_3取值不同,双边匹配方案也可能会不同。与现有方法相比,该方法有以下特点。

(1)给出了反映不同功利型中介的不同风险偏好的满意度和支付计算公式;

(2)给出了反映不同功利型中介的不同风险偏好的双边匹配决策方法;

(3)双边匹配方案能反映不同功利型中介的不同风险偏好。

6 结论

本研究从功利型中介的角度出发,用悲观度衡量不同功利型中介的不同风险偏好,在此基础上考虑匹配主体对之间的满意度和中介收益,提出基于悲观度的双边匹配决策方法,得到主要结论如下。

(1)不同功利型中介的不同悲观度对满意度和支付大小有影响,即较高悲观度对应于较低满意度和支付,较低悲观度对应于较高满意度和支付;

(2)不同功利型中介的不同悲观度对双边匹配方案有影响,即不同的悲观度可能对应于不同的双边匹配方案;

表4　支付矩阵$\Gamma=[\gamma_{ij}]_{5\times6}$

Table 4　Payment Matrix $\Gamma=[\gamma_{ij}]_{5\times6}$

γ_{ij}	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6
A_1	0.167	1.500	4.167	6.000	0.667	2.667
A_2	4.167	0.667	1.500	0.167	6.000	2.667
A_3	6.000	2.667	1.500	0.667	4.167	0.667
A_4	4.167	6.000	2.667	1.500	0.167	4.167
A_5	1.500	4.167	0.667	6.000	2.667	0.167

表5　支付矩阵$H=[\eta_{ij}]_{5\times6}$

Table 5　Payment Matrix $H=[\eta_{ij}]_{5\times6}$

η_{ij}	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6
A_1	5.000	3.200	0.200	0.800	3.200	0.200
A_2	0.800	1.800	5.000	3.200	0.800	1.800
A_3	1.800	5.000	5.000	5.000	0.200	3.200
A_4	0.200	0.200	0.800	3.200	5.000	0.800
A_5	3.200	0.800	1.800	0.200	1.800	5.000

表6 效率矩阵 $V=[v_{ij}]_{5\times6}$

Table 6 Efficiency Matrix $V=[v_{ij}]_{5\times6}$

v_{ij}	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6
A_1	0.179	0.161	0.145	0.227	0.133	0.095
A_2	0.166	0.085	0.224	0.117	0.227	0.151
A_3	0.262	0.262	0.224	0.196	0.145	0.133
A_4	0.145	0.206	0.116	0.161	0.179	0.166
A_5	0.161	0.166	0.085	0.206	0.151	0.179

表7 基于悲观度 θ 及权重 w_1、w_2 和 w_3 的双边匹配方案 μ^*

Table 7 Two-sided Matching Alternative μ^* Based on Pessimism Degree θ and Weight w_1、w_2 and w_3

参数				双边匹配方案 $\mu^*=\mu_t^*\cup\mu_s^*$	
	w_1	w_2	w_3	μ_t^*	μ_s^*
$\theta=2$	0.100	0.100	0.800	$\{(A_1,B_4),(A_2,B_5),(A_3,B_1),(A_4,B_2),(A_5,B_6)\}$	$\{(B_3,B_3)\}$
	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\{(A_1,B_4),(A_2,B_5),(A_3,B_1),(A_4,B_2),(A_5,B_6)\}$	$\{(B_3,B_3)\}$
	0.450	0.450	0.100	$\{(A_1,B_4),(A_2,B_3),(A_3,B_1),(A_4,B_2),(A_5,B_6)\}$	$\{(B_5,B_5)\}$
$\theta=1$	0.100	0.100	0.800	$\{(A_1,B_4),(A_2,B_5),(A_3,B_1),(A_4,B_6),(A_5,B_2)\}$	$\{(B_3,B_3)\}$
	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\{(A_1,B_4),(A_2,B_5),(A_3,B_1),(A_4,B_6),(A_5,B_2)\}$	$\{(B_3,B_3)\}$
	0.450	0.450	0.100	$\{(A_1,B_4),(A_2,B_5),(A_3,B_1),(A_4,B_6),(A_5,B_2)\}$	$\{(B_3,B_3)\}$
$\theta=\frac{1}{8}$	0.100	0.100	0.800	$\{(A_1,B_4),(A_2,B_3),(A_3,B_2),(A_4,B_6),(A_5,B_5)\}$	$\{(B_1,B_1)\}$
	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\{(A_1,B_4),(A_2,B_3),(A_3,B_2),(A_4,B_6),(A_5,B_5)\}$	$\{(B_1,B_1)\}$
	0.450	0.450	0.100	$\{(A_1,B_2),(A_2,B_3),(A_3,B_1),(A_4,B_4),(A_5,B_5)\}$	$\{(B_6,B_6)\}$

(3)具有相同悲观度的功利型中介,若其考虑的目标函数(以一方主体对另一方主体的总体满意度为目标,以功利型中介收益为目标)权重不同,则获得的双边匹配方案也可能不同;

(4)算例结果表明,悲观度可以较好地衡量不同功利型中介的不同风险偏好;

(5)在解决现实双边匹配决策问题中,为了减少不同功利型中介的不同悲观度和不同目标函数权重对双边匹配方案的影响,在使用上述方法之前,可通过与每个主体磋商来确定悲观度和权重。

此外,本研究提出的方法具有概念清晰、计算简单、实用有效等特点,有助于中介、企业或组织等对现实生活中的双边匹配决策问题做出判断,对双边匹配决策理论、方法和应用等方面研究具有较强的指导价值和现实意义。同时,为进一步研究具有不完全序值形式信息的双边匹配决策问题提供了新思路和新途径。

参考文献:

[1] Cechlárováa K, Manloveb D F. The exchange-stable marriage problem [J]. Discrete Applied Mathematics, 2005, 152(1/3): 109-122.

[2] Pais J. Random matching in the college admissions problem[J]. Economic Theory, 2008, 35(1): 99-116.

[3] 聂海峰. 高考录取机制的博弈分析[J]. 经济学(季刊), 2007, 6(3): 899-916.
Nie Haifeng. A game-theoretical analysis of China's college admission mechanism[J]. China Economic Quarterly, 2007, 6(3): 899-916. (in Chinese)

[4] 魏立佳. 中国高考录取与博士生录取的机制设计[J]. 经济学(季刊), 2009, 9(1): 349-362.

Wei Lijia. A design for college and graduate school admission [J]. China Economic Quarterly, 2009, 9 (1):349-362. (in Chinese)

[5] Cable D M, Judge T A. Person-organization fit, job choice decision, and organizational entry [J]. Organizational Behavior and Human Decision Processes, 1996, 67(3):294-311.

[6] Goodman S A, Svyantek D J. Person-organization fit and contextual performance: Do shared values matter [J]. Journal of Vocational Behavior, 1999, 55(2): 254-275.

[7] Jung J J, Jo G S. Brokerage between buyer and seller agents using constraint satisfaction problem models [J]. Decision Support Systems, 2000, 28(4): 293-304.

[8] 张振华, 汪定伟. 电子中介中的交易匹配研究[J]. 控制与决策, 2005, 20(8):917-920.
Zhang Zhenhua, Wang Dingwei. Research on matching problem of electronic broker [J]. Control and Decision, 2005, 20(8):917-920. (in Chinese)

[9] Sørensen M. How smart is smart money? A two-sided matching model of venture capital [J]. The Journal of Finance, 2007, 62(6):2725-2762.

[10] Alkan A, Gale D. Stable schedule matching under revealed preference [J]. Journal of Economic Theory, 2003, 112(2):289-306.

[11] Gale D, Shapley L. College admissions and the stability of marriage [J]. The American Mathematical Monthly, 1962, 69(1):9-15.

[12] Roth A E. Common and conflicting interests in two-sided matching markets [J]. European Economic Review, 1985, 27(1):75-96.

[13] Van Raalte C, Webers H. Spatial competition with intermediated matching [J]. Journal of Economic Behavior & Organization, 1998, 34(3):477-488.

[14] Bloch F, Ryder H. Two-sided search, marriage and matchmakers [J]. International Economic Review, 2000, 41(1):93-115.

[15] Roth A E, Sotomayor M. The college admissions problem revisited [J]. Econometrica, 1989, 57(3):559-570.

[16] Chen Y, Sönmez T. School choice: An experimental study [J]. Journal of Economic Theory, 2006, 127 (1):202-231.

[17] Klumpp T. Two-sided matching with spatially differentiated agents [J]. Journal of Mathematical Economics, 2009, 45(5/6):376-390.

[18] Chakraborty A, Citanna A, Ostrovsky M. Two-sided matching with interdependent values [J]. Journal of Economic Theory, 2010, 145(1):85-105.

[19] 樊治平, 陈希. 电子中介中基于公理设计的多属性交易匹配研究[J]. 管理科学, 2009, 22 (3):83-88.
Fan Zhiping, Chen Xi. Research on multi-attribute trade matching problem in electronic broker based on axiomatic design [J]. Journal of Management Science, 2009, 22(3):83-88. (in Chinese)

[20] Ahn T, Arcidiacono P, Murphy A, Swinton O. Explaining cross-racial differences in teenage labor force participation: Results from a two-sided matching model [J]. Journal of Econometrics, 2010, 156 (1):201-211.

[21] McVitie D G, Wilson L B. The stable marriage problem [J]. Communications of the Association for Computing Machinery, 1971, 14(7):486-492.

[22] Teo C P, Sethuraman J. Tan W P. Gale-Shapley stable marriage problem revisited: Strategic issues and applications [J]. Management Science, 2001, 47(9): 1252-1267.

[23] Korkmaz I, Gökçen H, Çetinyokuş T. An analytic hierarchy process and two-sided matching based decision support system for military personnel assignment [J]. Information Sciences, 2008, 178 (14): 2915-2927.

[24] Rothblum U G. Characterization of stable matchings as extreme points of a polytope [J]. Mathematical Programming, 1992, 54(1/3):57-67.

[25] Teo C P, Sethuraman J. The geometry of fractional stable matchings and its applications [J]. Mathematics of Operations Research, 1998, 23(4):874-891.

[26] Ehlers L. Von Neumann: Morgenstern stable sets in matching problems [J]. Journal of Economic Theory, 2007, 134(1):537-547.

[27] Knoblauch V. Marriage matching and gender satisfaction [J]. Social Choice and Welfare, 2009, 32(1): 15-27.

[28] Manlove D F, Irving R W, Iwama K, Miyazaki S, Morita Y. Hard variants of stable marriage [J]. Theoretical Computer Science, 2002, 276(1/2): 261-279.

[29] Halldórsson M M, Iwama K, Miyazaki S, Yanagisawa H. Randomized approximation of the stable marriage problem [J]. Theoretical Computer Science, 2004, 325(3):439-465.

[30] Iwama K, Miyazaki S, Yamauchi N. A $(2-c\frac{1}{\sqrt{N}})$-approximation algorithm for the stable marriage problem [J]. Algorithmica, 2008, 51(3):342-356.

[31] Chen F H. Monotonic matching in search equilibrium [J]. Journal of Mathematical Economics, 2005, 41 (6):705-721.

[32] Alpern S, Katrantzi I. Equilibria of two-sided matching games with common preferences [J]. European Journal of Operational Research, 2009, 196(3):1214-1222.

[33] Kotsogiannis C, Serfes K. Public goods and tax competition in a two-sided market[J]. Journal of Public Economic Theory, 2010, 12(2):281-321.

[34] Gale D. The two-sided matching problem: Origin, development and current issues[J]. International Game Theory Review, 2001, 3(2/3):237-252.

[35] Ehlers L. Truncation strategies in matching markets [J]. Mathematics of Operations Research, 2008, 33 (2):327-335.

[36] Echenique F. What matchings can be stable? The testable implications of matching theory[J]. Mathematics of Operations Research, 2008, 33(3):757-768.

[37] Hałaburda H. Unravelling in two-sided matching markets and similarity of preferences[J]. Games and Economic Behavior, 2010, 69(2):365-393.

[38] Sengupta A, Pal T K. On comparing interval numbers [J]. European Journal of Operational Research, 2000, 127(1):28-43.

[39] Chen Y W, Wang C H, Lin S J. A multi-objective geographic information system for route selection of nuclear waste transport[J]. Omega, 2008, 36(3): 363-372.

[40] Eckhardt J T, Shane S, Delmar F. Multistage selection and the financing of new ventures[J]. Management Science, 2006, 52(2):220-232.

[41] Dimov D, Shepherd D A, Sutcliffe K M. Requisite expertise, firm reputation, and status in venture capital investment allocation decisions [J]. Journal of Business Venturing, 2007, 22(4):481-502.

[42] Hsu D H. Experienced entrepreneurial founders, organizational capital, and venture capital funding[J]. Research Policy, 2007, 36(5):722-741.

Research on Two-sided Matching Decision Problems Based on Pessimism Degree

Yue Qi[1,2], Fan Zhiping[2]

1 School of Information Management, Jiangxi University of Finance and Economics, Nanchang 330013, China

2 School of Business Administration, Northeastern University, Shenyang 110819, China

Abstract: Two-sided matching decision problem is hot and difficult issues discussed in the fields of economic management, computational geometry. With respect to the two-sided matching decision problem in the condition that the preference information of two-sided agents is in the form of ordinal numbers, a method based on pessimism degree is proposed. In this paper, the description of two-sided matching decision problem with ordinal numbers is firstly given. Then, the formulas of satisfaction degree and payment that can reflect the pessimism degree of utilitarian intermediary are introduced. Furthermore, considering the satisfaction degrees between matching agent pairs and the profit of utilitarian intermediary, a multi-objective optimization model to solve the two-sided matching decision problem is developed. By using the weighted sums method based on membership function, the multi-objective optimization model is transformed to a single objective model. Thus the two-sided matching alternative(s) can be obtained by using Hungarian method. Finally, a numerical example is given to illustrate the validity of the method proposed in this paper. The results of calculation show that for different values of pessimism degree, the two-sided matching alternative(s) derived by the proposed method may be different. That is, the obtained two-sided matching alternative(s) can reflect different risk preferences of different utilitarian intermediaries.

Keywords: two-sided matching; ordinal number; utilitarian intermediary; pessimism degree; optimization model; two-sided matching alternative

Received Date: September 30th, 2011 **Accepted Date**: December 7th, 2011

Funded Project: Supported by the National Natural Science Foundation of China(71001020) and the Humanities and Social Science Foundation of the Ministry of Education of China (12YJC630080)

Biography: Dr. Yue Qi, a Jiangxi Dongxiang native(1983 -), graduated from Northeastern University and is a lecturer in the School of Information Management at Jiangxi University of Finance and Economics. His research interests include management decision analysis and operation research, etc. E-mail: yueqichina@126.com

□