



# 基于环境约束和要素集聚因素下的企业间博弈分析

汪星<sup>1</sup>, 陶长琪<sup>1</sup>, 唐国吉<sup>2</sup>

1 江西财经大学 信息管理学院, 南昌 330013

2 广西民族大学 理学院, 南宁 530006

**摘要:** 基于环境约束、科技创新和要素集聚三维因素, 研究多家同类产品制造企业在完全信息条件下进行的非合作博弈, 通过设定相应的利润函数和约束条件, 建立此类博弈模型, 分析每个企业如何制定合适的产品生产量、排污权购买量、科研投入资金和提高要素配置效率费用, 使这类博弈达到Nash均衡状态。借助变分不等式的算法给出此类博弈的Nash均衡点计算方法, 并通过计算结果分析环境约束、科研投入资金、提高要素配置效率费用对企业利润的综合影响。研究表明, 当企业战略方案的可取范围是有界闭凸集, 同时每个企业的边际利润随产品生产量、排污量、科研投入资金和提高要素配置效率费用呈负相关关系, 这类博弈存在Nash均衡状态。通过将这类博弈问题转化成变分不等式问题, 利用变分不等式投影收缩算法计算Nash均衡点的数值。数值分析表明, 在环境约束下, 科研投入资金和提高要素配置效率费用存在最优的投资组合, 企业在Nash均衡状态时采取的方案虽然对博弈对手的方案做出了最优反应, 但将博弈置于合作状态下能使整个行业获得更大利润。

**关键词:** 环境约束; 要素集聚; Nash均衡; 变分不等式

**中图分类号:** F224

**文献标识码:** A

**doi:** 10.3969/j.issn.1672-0334.2014.04.005

**文章编号:** 1672-0334(2014)04-0051-08

## 1 引言

企业作为国家经济的主要组成部分, 其发展的好坏直接关系到国家经济健康运行与否, 但是它们的生存与发展往往受到多种因素的影响和制约。近年来环境的恶化已经引起国家的高度重视, 制定了许多环境保护政策, 排污权交易制度就是控制企业排污量的一种有效措施, 这会增加企业的污染成本。科技创新可以降低污染成本, 同时还可以增强企业的竞争力, 于是企业要对基础科研进行投资, 而这会增加企业的科研成本。更重要的是, 劳动力、土地、资本、技术和信息等生产要素的配置效率极大地影响着企业的创新和发展, 提高企业生产要素的配置效率至关重要, 因此要付出相应的资本和精力。环境约束、科技创新、生产要素的配置效率这三方面因素相互联系并影响企业的发展。当多家生产企业在

完全信息条件下进行非合作的博弈, 每个企业如何制定合适的产品生产量、排污权购买量、科研投入资金和提高要素配置效率费用, 使这类博弈达到Nash均衡状态, 这是本研究的核心问题。

## 2 相关研究评述

环境约束下的企业行为不可避免地存在博弈, 这也一直是经济学领域的研究焦点之一。环境并不直接影响企业的收益, 但是企业生产过程中经常会对环境产生影响, 因此为了保护环境, 政府往往通过征收排污费和分配排污权等方式影响企业的排污量和污染治理投入, 从而间接影响企业收益, 企业可以通过调整自身的科技创新投入以及依托相应的要素集聚优势控制排污成本和提升企业收益。国内外已有的相关研究从以下研究方向展开。一是政府环境

**收稿日期:** 2014-01-28 **修返日期:** 2014-06-22

**基金项目:** 国家自然科学基金(71363019, 71073073, 71273122); 中国博士后科学基金(2014M551854); 江西省自然科学基金(20142BAB211019); 广西自然科学基金(2013GXNSFBA019015)

**作者简介:** 汪星(1986-), 男, 江西鄱阳人, 毕业于四川大学, 获理学博士学位, 现为江西财经大学信息管理学院讲师, 研究方向: 最优化理论和方法、博弈论和企业管理中的数量方法等。E-mail: wangxing0793@163.com

决策与企业行为间的博弈分析。研究发现环境污染指标与经济增长之间呈现与Kuznets曲线相似的倒U形关系,这一关系即为环境Kuznets曲线<sup>[1]</sup>。Panayotou<sup>[2]</sup>运用不同的跨国数据进行实证分析,结果验证了上述发现,为进一步展开环境博弈问题研究奠定了基础;采用博弈论方法,原毅军等<sup>[3]</sup>建立排污费关于企业收益和社会福利的函数,分析企业与政府间的博弈达到Nash均衡时的排污费计算方法,为政府制定政策提供了相关的建议;谢鑫鹏等<sup>[4]</sup>通过模型分析得出上、下游企业在不同合作关系中将达成不同的碳排放量最优值。另一种研究方向探讨环境约束与企业技术创新的关系。Jaffe等<sup>[5]</sup>认为政府为提高环境绩效而加之于企业的污染治理成本与企业生产率之间存在负相关关系,提高环境绩效带来的收益可能并不足以弥补缴纳给政府的排污费;为了解决这一矛盾,Porter等<sup>[6]</sup>认为可以通过技术创新途径弥补环境规制给产业造成的成本与效率的负担,并认为严格的环境规制政策会激发企业创新,产生创新补偿作用,并提高生产效率,这就是著名的波特假说;Liao<sup>[7]</sup>、Yang等<sup>[8]</sup>和Constantatos等<sup>[9]</sup>的研究都表明,针对不同的环境政策,企业将采用不同的创新技术和减排方案;在创新技术与生产效率的关系研究中,Rexhäuser等<sup>[10]</sup>通过对2008年的德国企业数据分析,认为创新内容不同将造成企业生产效率和收益的显著不同,提高资源利用效率的节能创新比非节能创新为企业带来更高的回报。还有研究表明企业的创新水平存在差异,科技创新投入对生产效率的作用也存在不同影响<sup>[11-13]</sup>。此外,现代西方经济学认为生产要素主要包括劳动力、土地和资本等,随着科技的发展和知识产权制度的建立,技术和信息也被视为独立的要素。要素流动的目标是提高要素的优化配置,它不会均匀的在各个区域进行配置,往往会导致一个区域的资本、技术、标准和优秀人才等要素集聚到另一个区域,从而形成要素集聚。随着全球化的推进,要素集聚对企业收益的影响也受到大量的关注,成为学者研究的热点问题之一。大量经验研究表明,要素集聚在不同程度上提高了企业的生产率<sup>[14-17]</sup>。同样有不少研究表明要素集聚对科技创新具有积极作用<sup>[18-20]</sup>,并且地区的要素集聚水平还将影响企业决策以提高要素配置<sup>[21]</sup>。随着中国制造业空间聚集程度的不断提高,以研究与开发要素和专利为代表的创新行为出现了空间聚集的现象。余泳泽<sup>[22]</sup>运用空间面板计量方法研究发现,创新要素集聚对于企业的科技创新效率具有正向作用;高丽娜等<sup>[23]</sup>对创新要素集聚与扩散的经济增长效应进行研究,实证分析表明,人力资本的集聚与区间创新扩散对经济增长具有显著的正效应。根据以上分析可知,环境约束增加了企业的污染成本,科技创新可以有效降低污染成本,同时要素集聚因素又影响企业的科技创新效率,所以这三维影响因素相互联系且影响企业的收益。

企业的生存与发展一直处于博弈过程。博弈研

究个体在利益相互影响的局势中如何决策使自己的收益最大,即策略选择问题。博弈论主要通过建立利益相关方的收益模型,并对模型求最优解,从而为企业管理问题提供一类有效方法。Nash均衡状态是达成最优解的特殊状态,在寻找Nash均衡状态的方案时已有研究主要采用两种方法。第一种方法是对可能出现情况列出表格,结合其出现概率进行直接比较,从而得出最优解,但这只适用于可选方案非常少的情况。第二种方法是针对变量为连续变化、可以有较多取值的情况,通过最优化的一阶求导方法计算出Nash均衡点的数值,这也是一维变量博弈问题的经典计算方法。但是对于多维变量,如参与者太多且影响因素种类繁多的情况,利用传统的一阶求导方法计算很复杂,甚至有时找到的Nash均衡点并不完全。随着运筹学和控制论中的变分不等式研究的快速发展<sup>[24-28]</sup>,可以高效、快速地处理大计算量的优化问题,为间接求解Nash均衡问题提供了可靠的方法。

上述研究表明,环境约束、科技创新、要素集聚相互联系,影响企业的利润,并且已有研究通过宏观层面利用面板数据实证分析这些因素的影响作用,得到许多有价值的成果。在企业博弈的研究中,主要从一维变量入手,讨论其变化对企业决策的影响,并且通过一阶求导方法对Nash均衡点进行求解。本研究在这些成果的基础上,从更微观角度即单个企业出发,根据各自特点,将要素集聚、科技创新和环境约束这三维影响因素合理有效地联系起来,定量分析这些因素对企业利润的影响。在Nash均衡点的求解方法上,汲取已有计算方法的思想,引入变分不等式的投影收缩算法,对多维影响因素的Nash均衡问题进行求解。

### 3 模型建立

#### 3.1 有关博弈情境的假设

(1) 多家企业生产同类产品,在有限个市场销售这类产品,他们在完全信息条件下进行非合作博弈,每个企业的目标是使自己利润最大化;

(2) 市场满足流量守恒,即每个生产企业生产的产品总量等于这个企业输送到所有需求市场的产品总和;

(3) 每个企业的生产成本受产品总量、科研投入资金、要素配置效率费用和污染物排放量的影响;

(4) 产品的价格受整个市场的供货量影响;

(5) 污染物排放造成的损失与科研投入资金呈负相关关系。

#### 3.2 相关符号和定义说明

$m$  为参与博弈的企业总数。

$i$  为参与博弈的某家企业,  $i \in \{1, 2, \dots, m\}$ 。

$n$  为需求市场的总数。

$j$  为某个需求市场,  $j \in \{1, 2, \dots, n\}$ 。

$R_+$  为非负的实数。

$R^n$  为  $1 \times m$  矩阵,且每一个元素都在实数范围内

取值。

$R_+^m$ 为  $1 \times m$  矩阵,且每一个元素都非负。

$R_+^n$ 为  $1 \times n$  矩阵,且每一个元素都非负。

$R_+^\delta$ 为  $1 \times \delta$  矩阵,且每一个元素都非负。

$R_+^{mn}$ 为  $m \times n$  矩阵,且每一个元素都非负。

$T_{ij}$ 为从企业  $i$  到需求市场  $j$  供应的产品量。

$T_i$ 为从企业  $i$  到所有需求市场的产品量向量组合,  $T_i = (T_{i1}, T_{i2}, \dots, T_{in}) \in R_+^n$ 。

$T$ 为  $m$  个企业到  $n$  个需求市场分别供应的产品量

所形成的  $m \times n$  矩阵,  $T = \begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} & \dots & T_{1n} \\ T_{21} & T_{22} & \dots & T_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ T_{m1} & T_{m2} & \dots & T_{mn} \end{pmatrix} \in R_+^{mn}$ 。

$q_i$ 为企业  $i$  生产的产品量,  $q_i = \sum_{j=1}^n T_{ij}$ , 表示企业  $i$  生产的产品总量等于这个企业输送到所有需求市场的产品总和。

$q$ 为  $m$  家企业分别生产的产品量所形成的向量组合,  $q = (q_1, q_2, \dots, q_m) \in R_+^m$ 。

$d_j$ 为需求市场  $j$  的产品需求量,  $d_j = \sum_{i=1}^m T_{ij}$ , 表示需求市场  $j$  需求的产品总量等于所有企业输送到这个市场的产品总和。

$d$ 为  $n$  个市场的产品需求量所形成的向量组合,  $d = (d_1, d_2, \dots, d_n) \in R_+^n$ 。

$\theta_i$ 为企业  $i$  科研投入资金。

$\theta$ 为  $m$  个企业分别投入的科研资金所形成的向量组合,  $\theta = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_m) \in R_+^m$ 。

$\xi_i$ 为企业  $i$  为了提高要素配置效率和能力、促进要素经济合理的布局投入的费用。

$\xi$ 为  $m$  个企业为提高要素配置效率分别投入的资金所形成的向量组合,  $\xi = (\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_m) \in R_+^m$ 。

$f_i$ 为企业  $i$  的生产成本函数。因为每个企业的生产成本受产品总量、科研投入资金、要素配置效率费用的影响,所以  $f_i = f_i(q_i, \theta_i, \xi_i)$ 。当  $(q_i, \theta_i)$  固定时,  $f_i$  关于  $\xi_i$  单调递减;当  $(q_i, \xi_i)$  固定时,  $f_i$  关于  $\theta_i$  单调递减。根据流量守恒要求,可得  $f_i = f_i(T_i, \theta_i, \xi_i)$ ,  $f(T) = [f_1(T_1, \theta_1, \xi_1), f_2(T_2, \theta_2, \xi_2), \dots, f_m(T_m, \theta_m, \xi_m)]$ 。

$E_i$ 为企业  $i$  排污量。

$G_i$ 为企业  $i$  因污染物造成损失的费用函数,  $G_i = G_i(E_i)$ 。

$g$ 为约束  $G_i$  范围的函数,  $g = g(\theta_i, T_i)$ ,  $g$  关于  $\theta_i$  单调递减,关于  $T_i$  单调递增。

$P_j$ 为需求市场  $j$  的产品价格,因为价格受供货量影响,所以  $P_j = P_j(T)$ 。

$\delta$ 为污染物回收站个数。

$h_{ik}$ 为企业  $i$  排放的污染物分配到第  $k$  个污染物回收站的比例,  $k = 1, 2, \dots, \delta$ 。

$l_{ik}^0$ 为企业  $i$  在污染物回收站  $k$  的初始免费排污量。

$l_{ik}$ 为企业  $i$  在污染物回收站  $k$  购买的排污权。

$P_k$ 为在污染物回收站  $k$  购买单位污染物排放量

的价格。

$R_+^{m\delta}$ 为  $m \times \delta$  矩阵,且每一个元素都非负。

$l$ 为  $m$  个企业在  $\delta$  个污染物回收站分别购买的排

污权所形成的  $m \times \delta$  矩阵,  $l = \begin{pmatrix} l_{11} & l_{12} & \dots & l_{1\delta} \\ l_{21} & l_{22} & \dots & l_{2\delta} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ l_{m1} & l_{m2} & \dots & l_{m\delta} \end{pmatrix} \in R_+^{m\delta}$ 。

$t_0$ 为所有企业最大产品生产量总和。

$f_0$ 为所有企业最大排放污染物量总和。

$l_0$ 为所有企业最大排污权购买量总和。

$\theta_0$ 为所有企业科研投入资金最大量总和。

$\xi_0$ 为所有企业提高要素配置效率费用最大量总和。

$\frac{\partial f(x, y)}{\partial x}$ 为函数  $f$  关于  $x$  的偏导数,  $x$  和  $y$  为任意自变量。

$u_i$ 为企业  $i$  的利润函数,它可以表示为

$$u_i(T, E, l, \theta, \xi) = \sum_{j=1}^n P_j(T) \cdot T_{ij} - f_i(T_i, \theta_i, \xi_i) - G_i(E_i) - \sum_{k=1}^{\delta} P_k'(l_{ik} - l_{ik}^0) - \theta_i - \xi_i \quad (1)$$

$u$ 为  $m$  个企业分别获得的利润所形成的向量组合,  $u = (u_1, u_2, \dots, u_m)$ 。

$K$ 为整体约束集,即

$K = \{(T, E, l, \theta, \xi) \mid T \in R_+^{mn}, E \in R_+^m, l \in R_+^{m\delta}, \theta \in R_+^m, \xi \in R_+^m, h_{ik} E_i \leq l_{ik}; G_i(E_i) \leq g(\theta_i, T_i)\}$

$K_i$ 为企业  $i$  的约束集。

$(T^*, E^*, l^*, \theta^*, \xi^*)$ 为  $(T, E, l, \theta, \xi)$  在均衡状态时的取值。

$(T_i^*, E_i^*, l_i^*, \theta_i^*, \xi_i^*)$ 为  $(T_i, E_i, l_i, \theta_i, \xi_i)$  在均衡状态时的对应取值。

$(\hat{T}_i^*, \hat{E}_i^*, \hat{l}_i^*, \hat{\theta}_i^*, \hat{\xi}_i^*)$ 为除去企业  $i$  外,其他参与博弈的企业在均衡状态时产品生产量、污染物排放量、排污权购买量、科研投入资金和提高要素配置效率费用的取值。

约束集  $K$  称为凸集,当且仅当对于任意  $x \in K, y \in K$ , 任意实数  $\rho \in [0, 1]$ , 满足  $\rho x + (1 - \rho)y \in K$ 。

利润函数  $u_i$  在约束集  $K$  上是凸的,当且仅当对于任意  $x \in K, y \in K$ , 任意实数  $\rho \in [0, 1]$ , 满足  $u_i[\rho x + (1 - \rho)y] \leq \rho u_i(x) + (1 - \rho)u_i(y)$ 。

利润函数  $u_i$  在约束集  $K$  上是凹的,当且仅当对于任意  $x \in K, y \in K$ , 任意实数  $\rho \in [0, 1]$ , 满足  $u_i[\rho x + (1 - \rho)y] \geq \rho u_i(x) + (1 - \rho)u_i(y)$ 。

### 3.3 Nash 均衡问题表达

依据 Nash 均衡定义<sup>[29]</sup>,本研究在环境约束、科技创新和要素集聚作用下判断是否存在一个战略组合  $(T^*, E^*, l^*, \theta^*, \xi^*)$ , 使这场博弈达到 Nash 均衡状态,即找到

$$(T^*, E^*, l^*, \theta^*, \xi^*) = (T_i^*, E_i^*, l_i^*, \theta_i^*, \xi_i^*, \hat{T}_i^*, \hat{E}_i^*, \hat{l}_i^*, \hat{\theta}_i^*, \hat{\xi}_i^*)$$

使得对任意  $i = 1, 2, \dots, m$ , 且对任意

$$(T_i, E_i, l_i, \theta_i, \xi_i) \in K_i$$

其中

$$K_i = \{(T_i, E_i, l_i, \theta_i, \xi_i) \mid T_i \in \mathbf{R}_+^n, E_i \in \mathbf{R}_+, l_i \in \mathbf{R}_+^{\delta}, \theta_i \in \mathbf{R}_+, \xi_i \in \mathbf{R}_+, h_{ik} E_i \leq l_{ik}, G_i(E_i) \leq g(\theta_i, T_i)\}$$

满足

$$u_i(T_i^*, E_i^*, l_i^*, \theta_i^*, \xi_i^*, \hat{T}_i^*, \hat{E}_i^*, \hat{l}_i^*, \hat{\theta}_i^*, \hat{\xi}_i^*) \geq u_i(T_i, E_i, l_i, \theta_i, \xi_i, \hat{T}_i^*, \hat{E}_i^*, \hat{l}_i^*, \hat{\theta}_i^*, \hat{\xi}_i^*) \quad (2)$$

通过只有两家企业博弈时的情况进一步描述 Nash 均衡状态含义。假如只有企业 1 和企业 2 竞争, 建立 Nash 均衡状态就是要找到  $(T_1, E_1, l_1, \theta_1, \xi_1)$  和  $(T_2, E_2, l_2, \theta_2, \xi_2)$ , 使企业 1 在实施产品  $(T_1, E_1, l_1, \theta_1, \xi_1)$  方案时, 企业 2 实施任何其他方案都没有实施  $(T_2, E_2, l_2, \theta_2, \xi_2)$  方案获得的利润大, 同时企业 2 在实施  $(T_2, E_2, l_2, \theta_2, \xi_2)$  方案时, 企业 1 实施任何其他方案都没有实施  $(T_1, E_1, l_1, \theta_1, \xi_1)$  方案获得的利润大, 因此称此时博弈达到 Nash 均衡状态, 而  $(T_1, E_1, l_1, \theta_1, \xi_1, T_2, E_2, l_2, \theta_2, \xi_2)$  称为 Nash 均衡状态时企业实施方案。

如果博弈存在 Nash 均衡状态, 就可以提前预测竞争者将采取的策略, 再根据对方选择的策略找到自己最优方案。也许这不是真正意义上最好的结果, 就像囚徒困境例子中最好的是两个人都抵赖, 但是并不是每种关系都会有这么完美的合作, 必须要对市场做出合理的评估。Nash 均衡是在考虑对手每种策略的情况下找到最优方案, 但不是每种博弈都存在 Nash 均衡状态。因为根据对手的策略, 可以找到一个最优策略做出反应, 但是这时做出的策略并不一定能够使对手已经做出的策略达到最优反应, 所以他又要进行调整, 而只有 Nash 均衡状态时做出的决定才是稳定的、可预测的。所以下一节判断在什么条件下存在一组策略使本研究建立的模型达到如(2)式所示的均衡状态。

#### 4 Nash 均衡点的存在性分析

在定理 1 中, 建立 Nash 均衡模型与变分不等式问题的等价性。

定理 1 令

$$K = \{(T, E, l, \theta, \xi) \mid T \in \mathbf{R}_+^{mn}, E \in \mathbf{R}_+^m, l \in \mathbf{R}_+^{m\delta}, \theta \in \mathbf{R}_+^m, \xi \in \mathbf{R}_+^m, h_{ik} E_i \leq l_{ik}, G_i(E_i) \leq g(\theta_i, T_i)\}$$

令  $u = (u_1, u_2, \dots, u_m): K \rightarrow \mathbf{R}^m$  为连续可微的凹映射, 则找到

$$(T^*, E^*, l^*, \theta^*, \xi^*) \in K$$

使每个  $i \in \{1, 2, \dots, m\}$ , 对任意  $(T_i, E_i, l_i, \theta_i, \xi_i) \in K_i$  满足

$$u_i(T_i^*, E_i^*, l_i^*, \theta_i^*, \xi_i^*, \hat{T}_i^*, \hat{E}_i^*, \hat{l}_i^*, \hat{\theta}_i^*, \hat{\xi}_i^*) \geq u_i(T_i, E_i, l_i, \theta_i, \xi_i, \hat{T}_i^*, \hat{E}_i^*, \hat{l}_i^*, \hat{\theta}_i^*, \hat{\xi}_i^*) \quad (3)$$

等价于找到  $(T^*, E^*, l^*, \theta^*, \xi^*) \in K$  使如下变分不等式

成立, 即

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \left\langle \frac{\partial f_i(T_i^*, \theta_i^*, \xi_i^*)}{\partial T_{ij}} - P_j(T^*) - \right. \\ & \left. \sum_{g=1}^n \frac{\partial P_g(T^*)}{\partial T_{ij}} T_{ig}^*, T_{ij} - T_{ij}^* \right\rangle + \sum_{i=1}^m \left\langle \frac{\partial G_i(E_i^*)}{\partial E_i}, E_i - E_i^* \right\rangle + \\ & \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^{\delta} \langle P'_k, l_{ik} - l_{ik}^* \rangle + \sum_{i=1}^m \left\langle \frac{\partial f_i(T_i^*, \theta_i^*, \xi_i^*)}{\partial \theta_i} + 1, \theta_i - \theta_i^* \right\rangle + \\ & \sum_{i=1}^m \left\langle \frac{\partial f_i(T_i^*, \theta_i^*, \xi_i^*)}{\partial \xi_i} + 1, \xi_i - \xi_i^* \right\rangle \geq 0 \end{aligned} \quad (4)$$

$$\forall (T, E, l, \theta, \xi) \in K$$

对定理 1 详细证明过程感兴趣的读者请与作者联系。

下面通过变分不等式解的存在性研究 Nash 均衡模型均衡点的存在性。因为生产产品需要原材料, 很多原材料资源是有限的, 从而生产的产品量是有限的, 假设  $\|T\| \leq t_0$ ; 每个污染物回收点能收回的废弃物容量也是有限的, 假设  $\|E\| \leq f_0$ ,  $\|l\| \leq l_0$ ; 企业在科技创新方面投入的资金也不会是无穷大, 假设  $\|\theta\| \leq \theta_0$ ; 为了提高要素配置效率和能力, 促进要素经济合理布局投入的费用也是有限的, 假设  $\|\xi\| \leq \xi_0$ 。  $\|\cdot\|$  表示范数, 在这个范围内考虑解的存在性是合理的, 在定理 2 中给出变分不等式解的存在性。

定理 2 令

$$K = \{(T, E, l, \theta, \xi) \mid T \in \mathbf{R}_+^{mn}, E \in \mathbf{R}_+^m, l \in \mathbf{R}_+^{m\delta}, \theta \in \mathbf{R}_+^m, \xi \in \mathbf{R}_+^m$$

$$\|T\| \leq t_0, \|E\| \leq f_0, \|l\| \leq l_0, \|\theta\| \leq \theta_0, \|\xi\| \leq \xi_0$$

$$h_{ik} E_i \leq l_{ik}; G_i(E_i) \leq g(\theta_i, T_i)\}$$

当  $u = (u_1, u_2, \dots, u_m): K \rightarrow \mathbf{R}^m$  为存在一阶连续偏导数的凹映射,  $G_i$  关于  $E_i$  是连续且凸的,  $g$  关于  $(\theta_i, \xi_i)$  是连续且凹的, 则变分不等式(4)式的解非空, 从而(3)式的 Nash 均衡点存在。

证明过程不再详述。

根据上述结果发现, 当每个企业销售产品的金额关于此企业生产产品量的函数是凹的且存在一阶连续偏导数, 即边际销售金额随产品量的增加而减少; 每个企业生产成本关于此企业生产产品量、科研投入资金和提高要素配置效率费用是凸的且存在一阶连续偏导数, 即边际成本随产品量、科研投入资金和提高要素配置效率费用增加而增加; 同时每个企业因为本企业排出污染物造成的损失关于此企业排出污染物的量是凸的且存在一阶连续偏导数, 即边际污染费用随排污量的增加而增加。那么每个企业的利润函数  $u_i$  关于生产产品量、排出污染物量、购买排污权、科研投入资金和提高要素配置效率费用  $(T_i, E_i, l_i, \theta_i, \xi_i)$  是存在一阶连续偏导数的凹映射, 即边际利润函数  $u_i$  随生产产品量、排出污染物量、购买排污权、科研投入资金和提高要素配置效率费用

$(T_i, E_i, l_i, \theta_i, \xi_i)$  的增加而减少。从而在有界闭凸的约束集下, (4)式解存在, 等价于本研究的(3)式至少存在一个Nash均衡点。

通俗地理解就是, 当企业战略方案的可取范围是有界闭凸集, 即方案的可取范围有最大限制和最小限制, 且在最大限制和最小限制之间所有取值都是有效的, 同时每个企业的边际利润随产品生产量、排污量、科研投入资金和提高要素配置效率费用呈负相关关系, 那么这类博弈存在Nash均衡状态。

**5 数值模拟**

假设只有企业1和企业2生产同一种产品, 需求市场只有1个, 假设根据已有数据分析可得企业1的生产成本关于生产产品总量 $T_1$ 、科研投入资金 $\theta_1$ 、提高要素配置效率费用 $\xi_1$ 的函数为

$$f(T_1, \theta_1, \xi_1) = T_1 + \theta_1^2 - 4\theta_1 + \xi_1^2 - 3\xi_1$$

相应的, 企业2的生产成本函数为

$$f(T_2, \theta_2, \xi_2) = \frac{1}{2}T_2 + \frac{1}{2}\theta_2^2 - 2\theta_2 + \frac{1}{2}\xi_2^2 - 3\xi_2$$

根据产品价格与产品量成负相关的关系, 假设企业1和企业2出售到市场的单位产品价格为 $P(T_1, T_2) = 5 - T_1 - T_2$ , 企业1因排出污染物造成损失费用 $G_1(E_1) = E_1^2 - E_1$ , 企业2因排出污染物造成损失费用 $G_2(E_2) = E_2^2 - E_2$ , 因为地理位置不同, 企业1购买允许排污量的单位价格 $P'_1(l_1) = \frac{1}{2}l_1 - 3$ , 企业2购买允许排污量的单位价格 $P'_2(l_2) = \frac{1}{2}l_2 - 2$ 。采用这种定价方式是因为这种随着购买排污量不同从而影响价格变动的收费方式可以更有效地促进环境保护。同时假设初始允许的排污量为零, 根据以上假设, 可得企业1的利润函数为

$$\begin{aligned} u_1(T_1, T_2, \theta_1, \theta_2, \xi_1, \xi_2, E_1, E_2, l_1, l_2) \\ = P(T_1, T_2)T_1 - f_1(T_1, \theta_1, \xi_1) - G_1(E_1) - P'_1(l_1)l_1 - \theta_1 - \xi_1 \end{aligned}$$

企业2的利润函数为

$$\begin{aligned} u_2(T_1, T_2, \theta_1, \theta_2, \xi_1, \xi_2, E_1, E_2, l_1, l_2) \\ = P(T_1, T_2)T_2 - f_2(T_2, \theta_2, \xi_2) - G_2(E_2) - P'_2(l_2)l_2 - \theta_2 - \xi_2 \end{aligned}$$

由于企业的生产产品量、排出污染物量、购买排污权、科研投入资金和提高要素合理布局所投入资金在现实中存在一个范围, 不会趋近于无穷大, 因此假设这些变量的取值范围为0 ~ 5之间, 所以定义约束集为

$$K = \{(T_1, T_2, \theta_1, \theta_2, \xi_1, \xi_2, E_1, E_2, l_1, l_2) \mid 0 \leq T_1 \leq 5, 0 \leq T_2 \leq 5, 0 \leq \theta_1 \leq 5, 0 \leq \theta_2 \leq 5, 0 \leq \xi_1 \leq 5, 0 \leq \xi_2 \leq 5, 0 \leq E_1 \leq 5, 0 \leq E_2 \leq 5, 0 \leq l_1 \leq 5, 0 \leq l_2 \leq 5, E_1 \leq l_1, E_2 \leq l_2, E_1^2 - E_1 \leq 10 - \theta_1 + T_1, E_2^2 - E_2 \leq 10 - \theta_2 + T_2\}$$

接下来要找到是否存在使这场博弈达到Nash均衡状态的方案  $(T_1^*, T_2^*, \theta_1^*, \theta_2^*, \xi_1^*, \xi_2^*, E_1^*, E_2^*, l_1^*, l_2^*)$ 。

根据定理1, 可以将上述均衡问题转化成如下变分不等式问题, 即找到  $(T_1^*, T_2^*, \theta_1^*, \theta_2^*, \xi_1^*, \xi_2^*, E_1^*, E_2^*, l_1^*, l_2^*)$ , 使得对任意  $(T_1, T_2, \theta_1, \theta_2, \xi_1, \xi_2, E_1, E_2, l_1, l_2) \in K$ , 有如下不等式成立

$$\begin{aligned} \langle 2T_1^* + T_2^* - 4, T_1 - T_1^* \rangle + \langle T_1^* + 2T_2^* - 4.5, T_2 - T_2^* \rangle + \\ \langle 2\theta_1^* - 3, \theta_1 - \theta_1^* \rangle + \langle \theta_2^* - 1, \theta_2 - \theta_2^* \rangle + \\ \langle 2\xi_1^* - 2, \xi_1 - \xi_1^* \rangle + \langle \xi_2^* - 2, \xi_2 - \xi_2^* \rangle + \\ \langle 2E_1^* - 1, E_1 - E_1^* \rangle + \langle 2E_2^* - 1, E_2 - E_2^* \rangle + \\ \langle l_1^* - 3, l_1 - l_1^* \rangle + \langle l_2^* - 2, l_2 - l_2^* \rangle \geq 0 \end{aligned} \quad (5)$$

利用变分不等式投影收缩算法, 通过matlab语言编写程序代码, 运算后得出如下结果。

企业1产品生产量 $T_1^* = 1.21$ , 企业2产品生产量 $T_2^* = 1.76$ ; 企业1的科研投入资金 $\theta_1^* = 1.49$ , 企业2的科研投入资金 $\theta_2^* = 1.02$ ; 企业1提高要素配置效率费用 $\xi_1^* = 0.98$ , 企业2提高要素配置效率费用 $\xi_2^* = 2.00$ ; 企业1排污量 $E_1^* = 0.47$ , 企业2排污量 $E_2^* = 0.47$ ; 企业1的排污权购买量 $l_1^* = 2.98$ , 企业2的排污权购买量 $l_2^* = 2.00$ 。

根据定理2, 可得  $(T_1^*, T_2^*, \theta_1^*, \theta_2^*, \xi_1^*, \xi_2^*, E_1^*, E_2^*, l_1^*, l_2^*) = (1.21, 1.76, 1.49, 1.02, 0.98, 2.00, 0.47, 0.47, 2.98, 2.00)$  是Nash均衡状态时的一组方案。也就是说当企业1生产1.21万件产品, 科研投入资金1.49万元, 提高要素配置效率费用0.98万元, 排污量安排在0.47吨, 排污权购买量为2.98吨, 企业2生产1.76万件产品, 科研投入资金1.02万元, 提高要素配置效率费用2.00万元, 排污量安排在0.47吨, 排污权购买量为2.00吨, 企业1和企业2的博弈就会达到均衡状态。即企业1在实施  $(T_1^*, \theta_1^*, \xi_1^*, E_1^*, l_1^*)$  方案时, 企业2实施其他任何方案都没有实施  $(T_2^*, \theta_2^*, \xi_2^*, E_2^*, l_2^*)$  方案时获得的利润大, 而企业2在实施  $(T_2^*, \theta_2^*, \xi_2^*, E_2^*, l_2^*)$  时, 企业1实施其他任何方案都没有实施  $(T_1^*, \theta_1^*, \xi_1^*, E_1^*, l_1^*)$  方案时获得的利润大, 这即是一种Nash均衡状态。

我们再利用上述模拟分析科研投入资金和要素配置效率费用对利润的综合影响, 以企业1为研究对象, 固定产品生产量、排污量和排污权购买量的取值, 计算科研投入资金和要素配置效率费用的不同取值组合对应的利润值, 将结果用matlab绘制成3D图, 见图1。

图1给出一个曲面, 曲面上每一点都对应不同科研投入资金和要素配置效率费用时的利润取值。当固定科研投入资金时, 在曲面上对应着一条曲线, 反映要素配置效率费用与利润的关系, 可以看到利润先随提高要素配置效率费用增加而增加, 但达到一定程度后开始降低。当固定要素配置效率费用时, 在曲面上也存在一条曲线, 反映出利润随科研投入

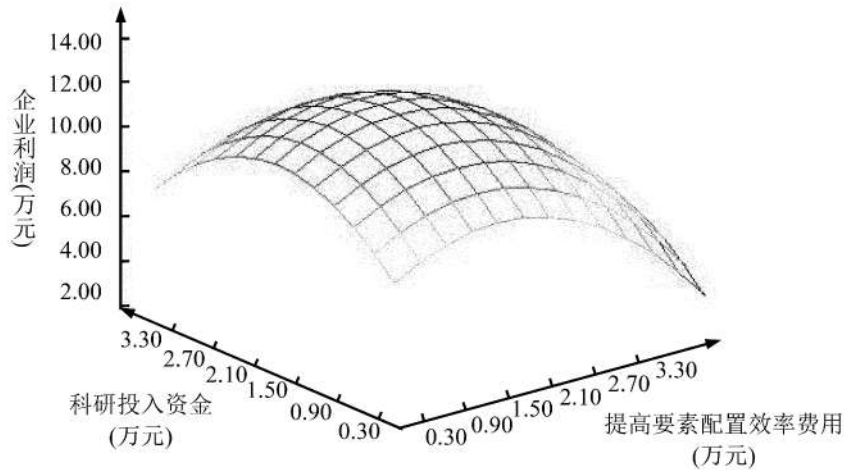


图1 科研投入资金和提高要素配置效率费用与企业利润的综合关系

Figure 1 The Comprehensive Influence of Scientific Research Investment and the Cost of Improving the Efficiency of Production Factor Allocation on the Firm Profit

资金的增加先升后降。当科研投入资金和提高要素配置效率费用同时变化时,在这个曲面上存在一个最优的投资组合,使利润最大,即曲面的最高点。

以上从非合作的完全信息条件下博弈进行分析,得到Nash均衡状态时每个企业将采取的策略。根据这些策略计算出Nash均衡状态时两家企业的总利润为16.68万元。如果将两家企业利润函数相加,在约束集范围内求单目标的最优函数,将会得到两家企业的总利润可达到17.81万元。所以Nash均衡状态时计算出的策略并不是真正意义上的最优策略。而要达到最高利润17.81万元,则必须要两家企业进行合作才能实现。

## 6 结论

本研究在环境约束、要素集聚和科技创新因素下,分析多家生产企业在完全信息条件下进行非合作的静态博弈。设定每个企业的利润函数和约束条件,建立多个企业间的博弈模型,分析这类博弈Nash均衡状态的存在条件。研究表明,当企业战略方案的可行范围是有界闭凸集,即方案的可行范围分别有最大限制和最小限制,且在二者之间所有取值都是有效的,同时每个企业的边际利润随产品生产量、排污量、科研投入资金和提高要素配置效率费用呈负相关的关系,那么这类博弈存在Nash均衡状态。最后,以两个企业博弈为例,将这类博弈问题转化为变分不等式问题,利用变分不等式投影收缩算法,计算Nash均衡点的数值,数值分析表明,在环境约束下,科研投入资金和提高要素配置效率费用存在最优的投资组合。通过对比Nash均衡状态下与合作状态下的最优点可知,企业在Nash均衡状态时采取的方案虽然对博弈对手的方案做出了最优反应,但将博弈置于合作状态下能使整个行业获得更大利润。

通过分析得到如下启示。

(1)当多家生产企业在完全信息条件下进行非合作的博弈,企业管理者可以通过寻找Nash均衡点对各家生产企业的战略方案进行预测,从而找到适合自己的战略方案,并且制定合适的利润目标。

(2)虽然Nash均衡状态是一种稳定的状态,因为每个企业从自己的角度观察都达到了最优值,但是如果从整个行业角度观察,Nash均衡状态时的策略并没有使整个行业达到最大利润。而要使整个行业获取最大利润,则需要企业之间合作才能实现,因此企业要想获取更大利润,必须加强合作意识。

(3)对于整个社会,环境保护非常重要,国家可以通过制定合适的排污权政策对企业的排污情况进行制约。但要同时满足企业的稳定发展和环境保护两个目标必须借助科技创新,国家可以通过Nash均衡状态预测企业在科研方面投入的费用,同时要有针对性的加强人才培养以及国家科研项目的投入,只有在国家和企业两方面协作下,才能同时实现经济发展和环境保护。

(4)企业为获取更大利润会努力提高要素配置效率,要素集聚产生的聚集效应容易使高科技企业向发达地区集中,低端制造企业向落后地区集中。为了社会的全面发展,国家在制定相应政策时要分区制定,对于重点发展的行业政策要细化。

本研究存在以下不足。

(1)本研究探讨企业在完全信息条件下进行的博弈,但是实际竞争中很难做到对竞争企业知根知底,从而很难做到完全信息的博弈,因此可进一步探讨企业在不完全信息条件下进行博弈。

(2)已知企业要想获取更大利润,就必须通过合作才能实现,而本研究探讨企业在非合作状态下进行博弈,那么对于合作状态下博弈,本研究并没有进行探讨,这值得进一步思考。

## 参考文献:

- [1] Grossman G M, Krueger A B. Environmental impacts of a North American free trade agreement [R]. Cambridge, MA: MIT Press, 1994.
- [2] Panayotou T. Demystifying the environmental Kuznets curve: Turning a black box into a policy tool [J]. *Environment and Development Economics*, 1997, 2(4): 465-484.
- [3] 原毅军, 耿殿贺. 环境政策传导机制与中国环保产业发展: 基于政府、排污企业与环保企业的博弈研究 [J]. *中国工业经济*, 2010(10): 65-74.
- Yuan Yijun, Geng Dianhe. The transmission mechanism of environmental policies and sustainable development on environment protect industry of China: Based on research of government and pollutant corporation and environment protect corporation [J]. *China Industrial Economics*, 2010(10): 65-74. (in Chinese)
- [4] 谢鑫鹏, 赵道致. 低碳供应链企业减排合作策略研究 [J]. *管理科学*, 2013, 26(3): 108-119.
- Xie Xinpeng, Zhao Daozhi. Research on cooperation strategy of enterprises' carbon emission reduction in low carbon supply chain [J]. *Journal of Management Science*, 2013, 26(3): 108-119. (in Chinese)
- [5] Jaffe A B, Peterson S R, Portney P R, Stavins R N. Environmental regulation and the competitiveness of U. S. manufacturing: What does the evidence tell us? [J]. *Journal of Economics Literature*, 1995, 33(1): 132-163.
- [6] Porter M E, van der Linde C. Toward a new conception of the environment-competitiveness relationship [J]. *The Journal of Economic Perspectives*, 1995, 9(4): 97-118.
- [7] Liao C N. Technology adoption decisions under a mixed regulatory system of tradable permits and air pollution fees for the control of total suspended particulates in Taiwan [J]. *Journal of Regulatory Economics*, 2009, 35(2): 135-153.
- [8] Yang B S, Mai C C. The impact of uncertain environmental regulatory policy on optimal plant location and anti-pollution technology selection [J]. *The Annals of Regional Science*, 2013, 50(3): 753-769.
- [9] Constantatos C, Filippiadis E, Sartzetakis E S. Using the allocation of emission permits for strategic trade purposes [J]. *Journal of Regulatory Economics*, 2014, 45(3): 259-280.
- [10] Rexhäuser S, Rammer C. Environmental innovations and firm profitability: Unmasking the porter hypothesis [J]. *Environmental and Resource Economics*, 2014, 57(1): 145-167.
- [11] Batabyal A A, Nijkamp P. A multi-region model of economic growth with human capital and negative externalities in innovation [J]. *Journal of Evolutionary Economics*, 2013, 23(4): 909-924.
- [12] Hall B H, Lotti F, Mairesse J. Innovation and productivity in SMEs: Empirical evidence for Italy [J]. *Small Business Economics*, 2009, 33(1): 13-33.
- [13] 杨伟, 戚安邦, 杨玉武. 企业技术创新主体性程度的区域差异及其对区域创新能力的影响 [J]. *经济地理*, 2008, 28(6): 955-959.
- Yang Wei, Qi Anbang, Yang Yuwu. Regional disparity of enterprise as principle force of tech-innovation and its effect on regional innovation ability [J]. *Economic Geography*, 2008, 28(6): 955-959. (in Chinese)
- [14] Ke S. Agglomeration, productivity, and spatial spillovers across Chinese cities [J]. *The Annals of Regional Science*, 2010, 45(1): 157-179.
- [15] Ushifusa Y, Tomohara A. Productivity and labor density: Agglomeration effects over time [J]. *Atlantic Economic Journal*, 2013, 41(2): 123-132.
- [16] Andersson M, Löf H. Agglomeration and productivity: Evidence from firm-level data [J]. *The Annals of Regional Science*, 2011, 46(3): 601-620.
- [17] 原毅军, 宋洋. 服务业产业集聚与劳动生产率增长: 基于中国省级面板数据的实证研究 [J]. *产业经济评论*, 2011, 10(2): 50-61.
- Yuan Yijun, Song Yang. Service agglomeration and the growth of services productivity: The empirical research based on the panel data of province in China [J]. *Review of Industrial Economics*, 2011, 10(2): 50-61. (in Chinese)
- [18] Srholec M. Cooperation and innovative performance of firms: Panel data evidence from the Czech Republic, Norway and the UK [J]. *Journal of the Knowledge Economy*, 2014, 5(1): 133-155.
- [19] Antonietti R, Cainelli G. The role of spatial agglomeration in a structural model of innovation, productivity and export: A firm-level analysis [J]. *The Annals of Regional Science*, 2011, 46(3): 577-600.
- [20] Knoblen J. Localized inter-organizational linkages, agglomeration effects, and the innovative performance of firms [J]. *The Annals of Regional Science*, 2009, 43(3): 757-779.
- [21] Crabbé K, De Bruyne K. Taxes, agglomeration rents and location decisions of firms [J]. *De Economist*, 2013, 161(4): 421-446.
- [22] 余泳泽. 创新要素集聚、政府支持与科技创新效率: 基于省域数据的空间面板计量分析 [J]. *经济评论*, 2011(2): 93-101.
- Yu Yongze. Innovation cluster, government support and the technological innovation efficiency: Based on spatial econometrics of panel data with provincial data [J]. *Economic Review*, 2011(2): 93-101. (in Chinese)
- [23] 高丽娜, 蒋伏心. 创新要素集聚与扩散的经济

- 增长效应分析:以江苏宁镇扬地区为例[J]. 南京社会科学, 2011(10):30-36.
- Gao Lina, Jiang Fuxin. Economic growth effect analysis on concentration and diffusion of innovation elements: Area of Nanjing, Zhenjiang and Yangzhou as an example [J]. Social Sciences in Nanjing, 2011(10):30-36. (in Chinese)
- [24] Zhu S K, Li S J, Teo K L. Differential properties and optimality conditions for generalized weak vector variational inequalities [J]. Positivity, 2013, 17(3):443-457.
- [25] Li S J, Chen C R. Stability of weak vector variational inequality [J]. Nonlinear Analysis: Theory, Methods & Applications, 2009, 70(4):1528-1535.
- [26] Falsaperla P, Raciti F, Scrimali L. A variational inequality model of the spatial price network problem with uncertain data [J]. Optimization and Engineering, 2012, 13(3):417-434.
- [27] Wang X, Huang N J. Differential vector variational inequalities in finite-dimensional spaces [J]. Journal of Optimization Theory and Applications, 2013, 158(1):109-129.
- [28] Wang X, Huang N J. Stability analysis for set-valued vector mixed variational inequalities in real reflexive Banach spaces [J]. Journal of Industrial Management and Optimization, 2013, 9(1):57-74.
- [29] 张维迎. 博弈论与信息经济学 [M]. 上海: 上海人民出版社, 1996:69.
- Zhang Weiyong. Game theory and information economics [M]. Shanghai: Shanghai People's Publishing House, 1996:69. (in Chinese)

## Analysis of Firms Games under the Influence of Environmental Constraints and Factor Agglomeration

Wang Xing<sup>1</sup>, Tao Changqi<sup>1</sup>, Tang Guoji<sup>2</sup>

<sup>1</sup> School of Information Technology, Jiangxi University of Finance and Economics, Nanchang 330013, China

<sup>2</sup> Department of Mathematics, Guangxi University for Nationalities, Nanning 530006, China

**Abstract:** The research study a non-cooperative game with perfect information for a finite number of manufacturing firms which produce similar products, based on the environmental constraints, scientific research investment, and factor agglomeration. By establishing the game model by setting the profit function and corresponding constraints, the study investigates how each firm makes a rational decision on the quantity of expected production, the amount of pollutants discharged, the basic scientific research investment, and the cost of improving the efficiency of production factor allocation for firms to reach a Nash equilibrium state. Based on the above research, we establish an algorithm to solve the Nash equilibrium point by using variational inequality method. We also investigate the comprehensive influence of environmental constraints, scientific research investment and the cost of improving the efficiency of production factor allocation on the firm profit by numerical analysis. It reveals that there is a Nash equilibrium state when the value of the strategy of each firm is included in bounded closed convex sets, with existing negative correlations between the marginal profit and the quantity of expected production, the amount of pollutants discharged, the basic scientific research investment, and the cost of improving the efficiency of production factor allocation. With transferring the game problem to a variational inequalities problem, we then calculate the value of Nash equilibrium by a projection and contraction method. Numerical analysis reveals that there is an optimal portfolio on the scientific research investment and the cost of improving the efficiency of production factor allocation under the environmental constraints. Besides, although a firm could make an optimal reaction according to the Nash equilibrium solution, the whole industry could obtain greater profits if the game is in a cooperative state.

**Keywords:** environmental constraints; factor agglomeration; Nash equilibrium; variational inequality

**Received Date:** January 28<sup>th</sup>, 2014      **Accepted Date:** June 22<sup>th</sup>, 2014

**Funded Project:** Supported by the National Natural Science Foundation of China(71363019, 71073073, 71273122), China Postdoctoral Science Foundation (2014M551854), the Natural Science Foundation of Jiangxi Province, China(20142BAB211019) and the Natural Science Foundation of Guangxi Zhuang Autonomous Region, China(2013GXNSFBA019015)

**Biography:** Dr. Wang Xing, a Jiangxi Poyang native(1986 -), graduated from Sichuan University and is a Lecturer in the School of Information Technology at Jiangxi University of Finance and Economics. His research interests include optimization theory and method, game theory, quantitative method in management of enterprise, etc. E-mail: wangxing0793@163.com      □