



# 收益率预测 ——基于方差分解和非线性的视角

郑振龙, 杨玉晓, 陈 蓉  
厦门大学 管理学院, 厦门 361005

**摘要:** 风险与收益是投资者最关心的两个核心变量, 因此, 收益率的预测成为国内外学者的研究焦点。在经典的资产定价框架下, 同期的预期收益率和方差之间存在理论关系。由于方差是时变的, 在当前时刻无法知道未来方差。不少学者利用期权隐含方差、隐含高阶矩、方差风险溢价预测未来收益率。实际上, 隐含方差是风险中性世界中的预期方差, 它等于现实世界的预期方差加方差风险溢价。因此, 用隐含方差或方差风险溢价预测未来收益率存在遗漏预测变量的问题。为了解决这个问题, 采用当前时刻的现实世界的预期方差预测未来的收益率。

本研究从方差分解和风险与收益率非线性的角度, 考察是否可以提高方差预期值对中国股票市场收益率的预测效果, 并考察方差分解和非线性两者的叠加效果对股票市场收益率的预测效果, 还从资产配置的角度评估方差非线性项预期值以及考虑方差分解对股票市场收益率预测的经济意义。

研究表明, 在2003年至2022年样本期内, 方差预期值对未来股票市场收益率有负向的预测能力; 综合考虑方差分解和风险与收益率非线性, 可以最大程度上提高方差预期值指标对未来收益率的预测能力, 取得经济上和统计上都显著的预测效果; 说明方差预期值系列指标在中国股市可作为月度收益率的预测指标。在近十年样本内, 无论是已实现方差预期值、下行已实现方差预期值、上行已实现方差预期值, 还是它们的二次方和三次方, 对未来收益率的预测力都更强。

基于方差分解和非线性的研究视角, 拓展了方差对收益率预测能力的研究, 深化了对股票整体收益率可预测性的理解。研究结论对投资中国股票市场的理性投资者具有实践指导意义。理性投资者可以利用这种稳健的样本外预测能力, 有效提高资产配置的效用水平, 特别是短期指数投资者应多关注下行已实现方差的高次项风险。

**关键词:** 方差分解; 上行已实现方差; 下行已实现方差; 非线性; 收益率预测

**中图分类号:** F832.51 **文献标识码:** A **doi:** 10.3969/j.issn.1672-0334.2024.02.009

**文章编号:** 1672-0334(2024)02-0126-12

**收稿日期:** 2023-06-17 **修返日期:** 2023-10-31

**基金项目:** 国家自然科学基金(72371210, 72071168)

**作者简介:** 郑振龙, 金融学博士, 厦门大学管理学院教授, 研究方向为资产定价、金融工程和风险管理等, 代表性学术成果为“方差风险、偏度风险与市场收益率的可预测性”, 发表在2022年第3期《经济学(季刊)》, E-mail: [zljzheng@xmu.edu.cn](mailto:zljzheng@xmu.edu.cn)

杨玉晓, 厦门大学管理学院博士研究生, 研究方向为数量金融和金融衍生品等, 代表性学术成果为“‘好’‘坏’方差与股票市场收益率预测”, 发表在2023年第3期《厦门大学学报(哲学社会科学版)》, E-mail: [yang\\_yuxiao@163.com](mailto:yang_yuxiao@163.com)

陈蓉, 金融学博士, 厦门大学管理学院教授, 研究方向为固定收益证券和资产定价等, 代表性学术成果为“期权‘净购买压力’的隐含信息”, 发表在2021年第6期《管理科学学报》, E-mail: [aronge@xmu.edu.cn](mailto:aronge@xmu.edu.cn)

## 引言

风险和收益是投资者最关心的两个核心变量,因此收益率的预测成为国内外学者的研究焦点。已有研究利用宏观数据<sup>[1]</sup>、公司特征<sup>[2]</sup>、文本信息<sup>[3]</sup>、机构投资者调研活动<sup>[4]</sup>、情绪<sup>[5]</sup>、股票交易量<sup>[6]</sup>和期权交易量<sup>[7]</sup>等预测未来股票收益率,发现股票收益率具有一定的可预测性,但大多数研究并未对这些指标的预测能力给出理论解释。

在经典的资产定价框架下,同期的预期收益率和方差之间存在理论关系<sup>[8]</sup>。由于方差是时变的,在当前时刻无法知道未来方差。部分学者利用期权隐含方差<sup>[9]</sup>、隐含高阶矩<sup>[10]</sup>和方差风险溢价<sup>[11]</sup>预测未来收益率。实际上,隐含方差是风险中性世界中的预期方差,它等于现实世界的预期方差加方差风险溢价。因此,用隐含方差或方差风险溢价预测未来收益率存在遗漏预测变量的问题。为了解决这个问题,本研究采用当前时刻的现实世界的预期方差预测未来的收益率。

前景理论认为,由于投资者在盈利和亏损状态下的效用函数是不一样的<sup>[12-13]</sup>,因此,本研究拟将方差分为上行方差和下行方差。另外,预期收益率与风险之间可能存在非线性关系,因此,本研究还研究预期方差的高阶矩对收益率的预测能力。

本研究的边际贡献主要有:第一,巧妙地利用同期预期收益率与方差的关系,使用现实世界的预期方差预测同期限的收益率,并比较了方差期望值、上行方差期望值和下行方差期望值在预测未来收益率能力上的差别。第二,将方差分解和方差与收益率的非线性关系叠加在一起,考察两者的叠加能否提升方差对收益率的预测能力。

## 1 相关研究评述

COCHRANE<sup>[8]</sup>在指数效用函数和消费服从正态分布的假设下,推导出预期收益率和方差之间存在线性关系,并认为方差与预期收益率的关系应该是同期的解释关系,而不是跨期的预测关系。预期收益率是投资决策的重要变量,但预期收益率是不可观测的变量,很难通过历史数据估计。如果在当前时刻已知下一时刻的方差,则可以根据COCHRANE<sup>[8]</sup>给出的预期收益率和方差的同期关系,用当前时刻已知的未来方差预测未来的收益率。但问题是,方差是时变的,在当前时刻并不知道下一时刻的方差。在实证分析中有两种解决方案,一是使用现实世界中当前时刻对下一时刻的方差期望值预测未来收益率,二是使用从当前时刻的期权价格中提取的隐含方差预测未来收益率。

由于现实世界的预期方差是不可直接观察的,需要通过模型预测,而当前时刻的隐含方差是可观察的,其本身就是在风险中性世界中市场对当前至下一时刻方差的预测,因此,已有研究常用隐含方差预测收益率,而尚未发现有用现实世界的预期方差预测收益率的。大量研究证实了隐含方差对收益率的

预测能力。GUO et al.<sup>[14]</sup>在横截面(针对个股)和时间序列(针对市场指数)回归中发现,期权隐含方差与未来股票收益之间存在负相关关系。MARTIN<sup>[15]</sup>利用期权隐含对未来信息预期的特点,将隐含方差作为切入点,把风险中性方差和市场预期收益率的下限联系起来。MARTIN et al.<sup>[16]</sup>在MARTIN<sup>[15]</sup>的基础上,推出个股预期收益率由市场的风险中性方差、个股的风险中性方差(个股的特质风险)和个股风险中性方差的均值(按市值加权)三部分组成。王琳玉等<sup>[17]</sup>基于中国上证50ETF期权的研究发现,隐含波动率对于上证50指数和市场未来1周和4周的超额收益率有负向的预测作用。

实际上,用隐含方差预测未来收益率存在遗漏预测变量的问题。这是因为隐含方差是在风险中性世界中市场对未来方差的预测,而COCHRANE<sup>[8]</sup>给出的预期收益率和方差的同期关系需要现实世界的方差,它等于隐含方差加方差风险溢价。因此不少研究使用方差风险溢价预测收益率<sup>[18]</sup>,后者同样存在遗漏预测变量的问题。解决上述问题的方法是在预测变量中同时使用隐含方差和方差风险溢价。由于隐含方差与方差风险溢价之和就是现实世界中方差的期望值,因此,本研究采用当前时刻的方差期望值预测未来的收益率。

此外,行为金融领域的研究发现,投资者在盈利和亏损状态下的效用函数是不一样的<sup>[12-13]</sup>。已有研究说明,上行方差和下行方差对投资者效用的影响是不同的,因此在研究方差和预期收益率的关系时,需要对方差进一步分解。已有研究在不确定性或方差分解方面已有一些进展,如LIU et al.<sup>[19]</sup>对宏观经济不确定性进行分解,以便更好地评估这些不确定性带来的影响和解决资产定价上的一些难题;瞿慧等<sup>[20]</sup>通过方差分解提高期权的定价精度, SUH et al.<sup>[21]</sup>在方差分解的基础上对期权隐含尾部风险进行分解;郑振龙等<sup>[22]</sup>通过方差分解提升偏度对股票市场收益率的预测能力。此外,陈国进等<sup>[23]</sup>根据方差分解衍生出的正负符号跳跃信息在波动率预测领域有重要价值;陈声利等<sup>[24]</sup>进一步与连续跳跃波动分解相比较,认为上行、下行方差分解表现更佳。同样地,龚旭等<sup>[25]</sup>比较加入方差分解的HAR模型对波动率预测表现优于其他模型。

近年来一些研究在考察方差风险溢价对收益率的预测能力时发现,考虑方差风险溢价分解可以提高方差风险溢价对收益率的预测能力<sup>[26]</sup>。受此启发,本研究在考虑风险与收益的关系时,基于BARNDORFF et al.<sup>[27]</sup>的研究框架将方差分解为上行方差和下行方差,深入研究方差分解对收益率预测能力的影响。

由于股票市场交易的是股票价格,方差只能通过股票价格的历史数据估计得出,并且采用不同的样本数据可得到不同的方差。常用的方差测量方法有历史收益率的方差和已实现方差两种。基于时效性和方差分解的难度考虑,本研究选择已实现方差测量方差。

预期方差为不可直接观测的变量。为了获取预期方差,本研究借鉴 FEUNOU et al.<sup>[26]</sup> 的研究,采用随机游走 (random walk, RW) 模型计算方差的预期值,即用最新一期的已实现方差作为未来一期现实测量下方差的预期值。相应地,未来一期现实测量下的上行或下行方差预期值等于最新一期的已实现上行或下行方差。结果表明,上行已实现方差预期值和下行已实现方差预期值在全样本内和样本外预测效果并不优于总的已实现方差预期值,即方差分解在提高方差预期值的预测能力方面效果并不显著。

作为稳健性检验,本研究借鉴 CORSI<sup>[28]</sup> 提出的异方差自回归已实现波动率 (HAR-RV) 模型对方差进行预测,并把预测值作为现实测度下的方差预期值。检验结果表明,使用 HAR-RV 模型的方差预期值与 RW 模型的方差预期值在预测未来收益率的能力方面没有显著差异,证明本研究的结论较为可靠。

需要注意的是,虽然 COCHRANE<sup>[8]</sup> 给出的预期收益率和方差的同期关系显示两者之间存在线性关系,但其是在指数效用函数和消费服从正态分布的假设下推导出来的,如果这两个前提条件不成立,预期收益率与方差之间的关系可能就不再是线性的。因此,本研究拟考虑两者之间的非线性关系。

由于无法知道预期收益率和风险之间存在怎样的非线性关系,本研究借鉴 ADRIAN et al.<sup>[29]</sup> 的研究,在考察非线性关系时使用多项式回归方程。但考虑到方差预期值与其高阶项有较高的相关性,直接采用多项式回归方程得到的结果比较失真,因此本研究对方差预期值的高阶项依次进行回归。结果表明,无论是总的已实现方差预期值,还是上行已实现方差预期值和下行已实现方差预期值,它们的二次方和三次方调整后的  $R^2$  都有明显的提高,表明方差预期值高阶项预测能力优于它们自身的预测能力,即考虑非线性可以提高方差预期值的预测能力。

在分别分析方差分解和非线性关系对收益率预测的重要性之后,本研究将两者结合在一起,分析同时考虑方差分解和非线性关系能否提高收益率预测的准确性。结果表明,同时考虑方差分解和非线性关系能很好的提高方差预期值对收益率的预测能力,尤其是下行已实现方差预期值的三次方表现最佳。

## 2 方差分解和方差的预期

本研究的主要目的是采用当前时刻对未来一段时期的方差(包括总的方差、上行方差和下行方差)期望值预测未来收益率,其核心预测变量为方差期望值。因此需要选择恰当的方差测量方法,给出上行方差和下行方差的定义,并给出方差期望值的计算方法。

### 2.1 方差的测量

通过历史数据估计方差,测量方差常用的方法有两种。第一种称为历史收益率的方差,是根据标准的方差定义使用日度收益率计算得出的。第二种称为已实现方差 (realized variance, RV), 是使用日内高频

收益率计算得出的。ANDERSEN et al.<sup>[30]</sup> 给出已实现方差的定义,即

$$RV_t = \sum_{i=1}^n R_{t,i}^2 \quad (1)$$

其中,  $t$  为日,  $i$  为一个交易日中第  $i$  个 5 分钟时刻,即  $i = 1, 2, \dots, n$ , 一个交易日内共有 48 个 5 分钟收益率数据,  $n = 48$ ;  $R_{t,i}$  为第  $t$  日  $i$  时刻的对数收益率,  $R_{t,i} \equiv s_{t,i} - s_{t,i-1}$ , 其中  $s_{t,i}$  是第  $t$  日  $i$  时刻的对数价格,即已实现方差为一个交易日内 5 分钟收益率的平方和。

由于计算历史收益率的方差需要较长的日度数据,而方差本身的变化很大,因此用这种方法计算方差存在失效性不足的问题。而已实现方差只需一个交易日之内的高频收益率数据就可以计算出来,时效性较强。因此本研究选择采用已实现方差测量方差,选择已实现方差的另一个原因是使用该定义比较容易将方差分解为上行方差和下行方差。

### 2.2 方差的分解

本研究采用 BARNDORFF et al.<sup>[27]</sup> 的方法,将方差分解为上行已实现方差 ( $RV_t^U$ ) 和下行已实现方差 ( $RV_t^D$ ), 即

$$RV_t^U = \sum_{i=1}^n R_{t,i}^2 I_{[R_{t,i} > 0]} \quad (2)$$

$$RV_t^D = \sum_{i=1}^n R_{t,i}^2 I_{[R_{t,i} \leq 0]} \quad (3)$$

其中  $I_{[\cdot]}$  为示性函数。总的已实现方差为  $RV_t = RV_t^U + RV_t^D$ 。

已有研究将上行已实现方差和下行已实现方差分别称为“好”的方差和“坏”的方差<sup>[22]</sup>。具体而言,本研究使用高频数据分别计算出每天的上行已实现方差、下行已实现方差和总的已实现方差。由于短期收益率的影响因素众多,可预测性不强,因此本研究聚焦于月度收益率的可预测性。COCHRANE<sup>[8]</sup> 给出的是同期限下的收益率与方差才存在的理论关系,因此需要计算月度已实现方差。本研究在每个自然月份最后一个交易日计算出当月的已实现方差平均值,作为该月的月度上行、下行和总的已实现方差。

### 2.3 现实测量下的方差预期

预期方差是不可直接观测的变量。本研究借鉴 FEUNOU et al.<sup>[26]</sup> 的研究,采用两种方法计算预期方差。第一种采用随机游走模型。用当月的已实现方差 ( $RV_t$ ) 作为下个月现实测量下方差的预期值,用当月已实现上行或下行方差作为下月上行或下行方差的预期值,即

$$E_t[RV_{t+1}] = RV_t \quad (4)$$

第二种采用 HAR-RV 模型。在每个月最后一个交易日  $t$ , 通过以下回归式对未来  $(t+k)$  日 ( $k = 1, 2, \dots, 22$ ) 的方差预测值进行估计

$$RV_{t+k} = a_0 + a_d RV_t + a_w \sum_{j=0}^4 RV_{t-j} + a_m \sum_{j=0}^{21} RV_{t-j} + e_{t+k} \quad (5)$$

其中,  $a_0$ 、 $a_d$ 、 $a_w$ 、 $a_m$  为回归系数。每月最后一个交

易日  $t$  对未来一个月方差的预测值为上述 22 个日度预测值的平均值。在估计参数时使用 12 个月滚动窗口上的日度数据进行估计, 以考虑参数时变的可能性。已实现方差、上行已实现方差和下行已实现方差及其高阶项的预测值都采用同样的方法进行估计。

### 3 实证分析方法和结果

#### 3.1 样本选择和数据来源

本研究采用比较有代表性的上证指数 5 分钟高频数据进行分析, 由于其 5 分钟高频数据最早从 2003 年开始, 因此上证指数样本期为 2003 年 1 月至 2022 年 1 月, 数据来源于 CSMAR 数据库。根据数据库提供的每日已实现方差、上行已实现方差和下行已实现方差, 计算出月度已实现方差、月度上行已实现方差和月度下行已实现方差, 最后利用随机游走模型计算月度已实现方差、上行已实现方差和下行已实现方差的预期值。

#### 3.2 描述性统计

图 1 给出上证指数月度已实现方差、上行已实现方差和下行已实现方差预期值的时间序列图。由图 1 可知, 不同的已实现方差预期值都是随时间而时变的, 呈现较明显的正相关关系, 且在 2008 年金融危机期间和 2015 年股灾期间变大, 说明投资者面临着方差不确定性风险。

表 1 给出上证指数已实现方差预期值的描述性统计结果, 表 1 中 A 栏为上证指数月度已实现方差、上行已实现方差、下行已实现方差预期值和它们的二次方、三次方及其超额收益率的描述性统计。股票市场超额收益率是指数的月度对数收益率减月度无风险利率, 采用银行一年期定存利率测量无风险利率。由表 1 中 A 栏可知, 上行已实现方差预期值和下行已实现方差预期值的标准差接近, 但上行已实

现方差预期值的均值、中位数、偏度和峰度均略大于下行已实现方差预期值。

表 1 中 B 栏是上证指数已实现方差预期值系列的相关性。由表 1 可知, 已实现方差预期值、上行已实现方差预期值、下行已实现方差预期值两两之间的相关性均非常高。已实现方差预期值、上行已实现方差预期值和下行已实现方差预期值的二次方和三次方与超额收益率的相关性绝对值大于它们自身与超额收益率的相关性绝对值, 其中, 下行已实现方差预期值与超额收益率的相关性绝对值大于已实现方差预期值和下行已实现方差预期值与超额收益率的相关性绝对值。此外, 表 1 结果表明, 已实现方差预期值系列指标之间具有高度的相关性。不过, 无论是总的已实现方差预期值、上行已实现方差预期值还是下行已实现方差预期值, 它们与各自的二次方的相关性系数都高达 0.900 以上, 而与各自的三次方的相关性系数要小一些, 相关系数在 0.750 左右。

#### 3.3 全样本内预测回归结果

本研究分析总的已实现方差预期值、上行已实现方差预期值和下行已实现方差预期值对股票市场超额收益率的预测能力。鉴于各预测变量之间的高度相关性, 参考王若昕等<sup>[31]</sup>、CHEN et al.<sup>[32]</sup>、FAN et al.<sup>[33]</sup> 以及其它股票收益率预测的相关研究, 通过单变量的预测回归模型检验月度已实现方差预期值系列指标对未来一个月股票市场年化超额收益率 ( $R^e$ ) 的预测能力

$$R_{t,t+1}^e = \alpha + \beta E_t(X_{t,t+1}) + \varepsilon_{t+1} \quad (6)$$

其中,  $\alpha$  为截距项,  $\beta$  为回归系数,  $\varepsilon_{t+1}$  为残差项,  $X = RV, RV_U, RV_D, RV^2, RV_U^2, RV_D^2, RV^3, RV_U^3, RV_D^3$ 。

表 2 给出月度已实现方差预期值系列在全样本内对未来一个月超额收益率的预测结果和各个已实现方差预期值二次方和三次方的预测结果。由表 2

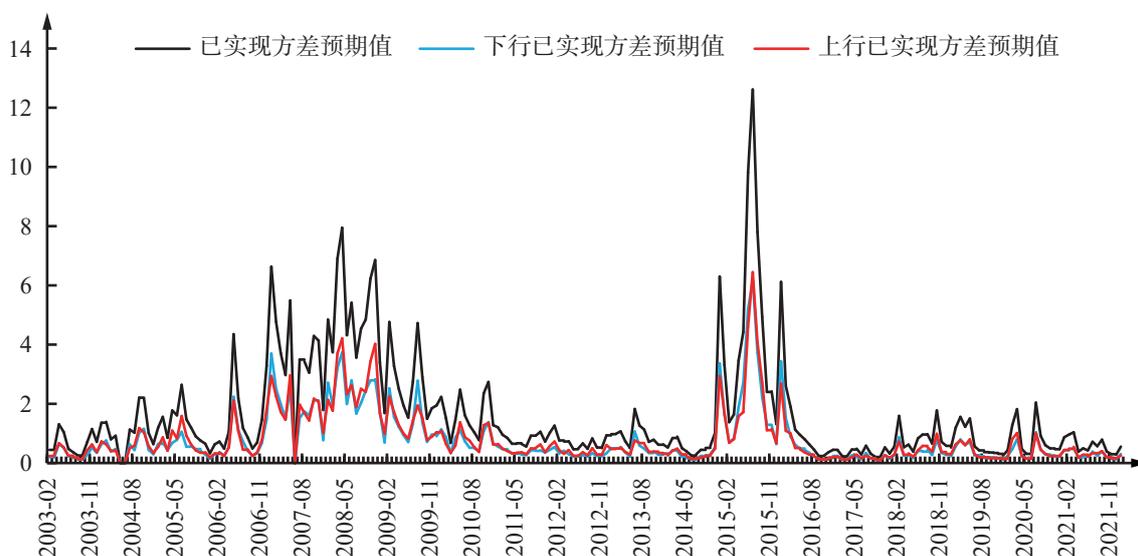


图 1 上证指数已实现方差预期值系列的月度时间序列图

Figure 1 Monthly Time Series of Expected Realized Variance of Shanghai Composite Index

表1 上证指数已实现方差预期值的描述性统计  
Table 1 Descriptive Statistics of Expected Realized Variance of Shanghai Composite Index

	$E(RV)$	$E(RV^2)$	$E(RV^3)$	$E(RV_U)$	$E(RV_U^2)$	$E(RV_U^3)$	$E(RV_D)$	$E(RV_D^2)$	$E(RV_D^3)$	超额收益率
A栏 描述性统计										
均值	1.599	5.843	35.108	0.812	1.492	4.550	0.787	1.452	4.391	0.024
中位数	0.922	0.850	0.784	0.474	0.225	0.107	0.438	0.192	0.084	0.049
标准差	1.816	15.603	159.918	0.914	4.021	21.029	0.915	3.896	19.641	0.902
偏度	2.562	5.895	9.432	2.619	5.970	9.551	2.548	5.695	8.884	-0.602
峰度	11.304	48.859	108.144	11.756	49.968	112.092	11.019	44.981	94.885	5.329
AR (1)	0.748	0.660	0.551	0.747	0.652	0.519	0.735	0.653	0.574	0.121
B栏 相关性										
$E(RV)$	1	0.913	0.762	0.993	0.901	0.752	0.993	0.909	0.766	-0.175
$E(RV^2)$		1	0.954	0.909	0.990	0.943	0.904	0.989	0.950	-0.232
$E(RV^3)$			1	0.762	0.947	0.990	0.752	0.938	0.989	-0.221
$E(RV_U)$				1	0.912	0.764	0.973	0.878	0.730	-0.186
$E(RV_U^2)$					1	0.955	0.890	0.959	0.908	-0.238
$E(RV_U^3)$						1	0.752	0.923	0.959	-0.225
$E(RV_D)$							1	0.915	0.770	-0.162
$E(RV_D^2)$								1	0.956	-0.222
$E(RV_D^3)$									1	-0.215
超额收益率										1

表2 上证指数全样本内月度已实现方差预期值系列  
对未来1个月收益率的预测表现

Table 2 For Next Month, Predictive Ability of Expected  
Realized Variance in Full Sample of Shanghai  
Composite Index

	回归系数估计值	NW-t统计量	调整后的 $R^2$ (%)
$E(RV)$	-0.069*	-1.783	1.531
$E(RV^2)$	-0.010***	-3.619	2.758
$E(RV^3)$	-0.001***	-8.085	2.924
$E(RV_U)$	-0.142*	-1.914	1.665
$E(RV_U^2)$	-0.039***	-3.608	2.702
$E(RV_U^3)$	-0.008***	-7.990	2.704
$E(RV_D)$	-0.131*	-1.615	1.350
$E(RV_D^2)$	-0.040***	-3.407	2.660
$E(RV_D^3)$	-0.008***	-6.965	3.008

注：\*\*\*为在1%水平上显著，\*为在10%水平上显著，下同；全样本期为2003年1月至2022年1月。

可知，在全样本内，已实现方差预期值、上行已实现方差预期值和下行已实现方差预期值的回归系数均在10%水平上显著为负，已实现方差、上行已实现方差和下行已实现方差在全样本内预测能力不相上下。即，仅考虑方差分解，对方差预期值预测能力没有显著提升效果。但是无论是已实现方差，还是上行已实现方差和下行已实现方差，它们的预期值二次方和三次方的预测回归系数都在1%水平上显著，并且调整后的 $R^2$ 随着幂次的增加呈上升趋势，说明考虑非线性关系可以大幅提升方差预期值的预测能力。最后，还可以观察到下行已实现方差预期值三次方调整后的 $R^2$ 最高，为3.008%。说明同时考虑方差分解和非线性关系，可以最大程度上提高方差预期值对股票未来收益率的预测能力。

此外，由于中国股票市场发展历史较短，市场环境、政策、投资者构成等都存在较大变化，本研究将样本期聚焦在近十年，即2012年1月至2022年1月，考察已实现方差预期值系列在此期间内的预测表现。表3给出已实现方差预期值系列在近十年样本内对收益率的预测结果。结果显示，预测回归系数的显著水平和调整后的 $R^2$ 值均有较大程度的提高，其中已实现方差及其二次项、三次项预测回归系数都在

**表3 上证指数近十年月度已实现方差预期值系列对未来1个月收益率的预测表现**  
**Table 3 For Next Month, Predictive Ability of Expected Realized Variance of Shanghai Composite Index in Past Ten Years**

	回归系数估计值	NW-t统计量	调整后的R <sup>2</sup>
$E(RV)$	-0.099***	-2.656	5.812
$E(RV^2)$	-0.012***	-5.355	9.150
$E(RV^3)$	-0.001***	-8.471	9.507
$E(RV_U)$	-0.200***	-2.725	5.655
$E(RV_U^2)$	-0.045***	-5.025	8.334
$E(RV_U^3)$	-0.008***	-8.285	8.390
$E(RV_D)$	-0.193**	-2.513	5.849
$E(RV_D^2)$	-0.048***	-5.844	9.800
$E(RV_D^3)$	-0.009***	-8.986	10.586

注: \*\*为在5%水平上显著, 下同。

5%的水平上显著为负, 而上行和下行已实现方差预期值回归系数均在1%水平上显著为负。调整后的R<sup>2</sup>均大幅度提高, 其中, 下行已实现方差预期值三次方调整后的R<sup>2</sup>最高, 为10.586%。再次说明同时考虑方差分解和非线性关系可以提高其对股票未来收益率的预测能力。值得注意的是, 上述回归系数全部显著为负。这说明从总体上而言, 中国投资者是喜欢风险的, 这是值得进一步研究的现象。

通过上述实证分析, 本研究可以得到如下结论: ①月度已实现方差预期值系列指标对未来一个月收益率均有显著的负向预测能力。②同时考虑方差与收益率的非线性关系和方差分解能最大程度上提高方差预期值对收益率的预测能力, 尤其是下行已实现方差预期值的三次方表现最佳。③在近十年样本内, 无论是总的已实现方差、上行已实现方差、下行已实现方差, 还是它们的二次方和三次方, 其预期值对未来收益率的预测力均更强。

本研究在预测方程中将一些其它预测变量作为控制变量, 以进一步考察方差预期值的预测能力, 即

$$R^e_{i,t+1} = \alpha + \beta E_t(X_{i,t+1}) + \sum \phi_i Z_{i,t} + \varepsilon_{i,t+1} \quad (7)$$

其中,  $Z_{i,t}$ 为第*i*个控制变量,  $\phi_i$ 是 $Z_{i,t}$ 的回归系数。本研究共选取6个变量作为中国股票超额收益率的潜在预测变量, 分别为:  $M_1$ 增长率变动量( $\Delta M_{1G}$ ), 即相邻两个月份的 $M_1$ 增长率之差, 用于测量 $M_1$ 增长率的变化,  $M_1$ 定义为当月流通中现金总量 $M_0$ 加上企事业单位活期存款; 通货膨胀率( $Inf$ ); 换手率( $TO$ ); 股息率( $D/Y$ ); 市盈率( $PE$ ); 流动性( $Ill$ )<sup>[34]</sup>。

考虑到篇幅限制, 本研究选择下行已实现方差预期值作为考察对象。由于下行已实现方差预期值与其二次方、三次方的高度相关性, 在预测方程中同时

加入这3个指标会产生共线性的问题, 因此, 本研究在控制所有其它变量的基础上, 依次加入下行已实现方差、下行已实现方差的二次方和下行已实现方差的三次方。多元回归模型结果见表4。在控制了多个变量之后, 下行已实现方差预期值系列指标的回归系数依然保持在1%水平上显著, 说明这些指标对未来收益率具有十分稳健的预测能力。

**表4 控制其它变量后已实现方差预期值系列指标对未来1个月收益率的预测表现**  
**Table 4 After Controlling Other Variables, Predictive Ability of Expected Realized Variance**

	(1)	(2)	(3)
$E(RV_D)$	-0.248** (-2.565)		
$E(RV_D^2)$		-0.057*** (-4.257)	
$E(RV_D^3)$			-0.010*** (-5.715)
$\Delta M_{1G}$	-0.903 (-0.590)	-0.886 (-0.575)	-0.907 (-0.590)
$Inf$	-0.054 (-1.594)	-0.062* (-1.863)	-0.068** (-1.990)
$TO$	0.016*** (3.131)	0.015*** (3.250)	0.013*** (2.977)
$D/Y$	0.319 (1.335)	0.322 (1.361)	0.355 (1.508)
$PE$	-0.001 (-0.093)	-0.002 (-0.111)	0 (0.025)
$Ill$	0.027 (0.104)	0 (0.001)	-0.031 (-0.114)
调整后的R <sup>2</sup>	9.766	10.651	10.537

### 3.4 样本外预测效果评估

许多变量在样本内对股票市场收益率有显著的预测能力, 但在样本外(OS)的预测表现却不理想。因此, 本研究对已实现方差预期值系列指标的样本外预测表现进行分析, 进一步评估已实现方差预期值系列指标预测能力的稳健性。借鉴CAMPBELL et al.<sup>[35]</sup>、WELCH et al.<sup>[36]</sup>和FAN et al.<sup>[33]</sup>的做法, 采用 $R^2_{OS}$ 评价已实现方差预期值系列指标在样本外的预测表现,  $R^2_{OS}$ 的定义为

$$R^2_{OS} = 1 - \frac{\sum_{k=1}^{n_2} (R^e_{n_1+k} - \widehat{R^e}_{n_1+k})^2}{\sum_{k=1}^{n_2} (R^e_{n_1+k} - \overline{R^e}_{n_1+k})^2} \quad (8)$$

其中,  $n_1$ 为样本内估计期样本的数量,  $n_2$ 为样本外检验期样本的数量。计算 $R^2_{OS}$ 时以历史平均超额收益

率 $\bar{R}^e$ 作为预测模型的基准。对 $R_{OS}^2 > 0$ 进行假设检验,采用 CLARK et al.<sup>[37]</sup>提出的基于 MSPE-adjusted 构建的统计量(CW),该统计量服从渐进正态分布,并有很好的小样本性质。

已有研究在进行样本外估计时,通常采用扩展估计法,如 CHEN et al.<sup>[32]</sup>、姜富伟等<sup>[38]</sup>以及其它股票预测的相关研究。具体来看,将上证指数 2003 年 1 月至 2011 年 10 月作为样本内初始估计期,2011 年 11 月至 2022 年 1 月作为样本外检测期。对样本内初始估计期的 $n_1$ 个历史数据,估计出预测回归模型的系数 $\hat{\alpha}_{n_1}$ 和 $\hat{\beta}_{n_1}$ ;然后使用估计出的模型向前一步预测,得到样本外第一个股票收益率的预测值,即

$$\widehat{R}_{n_1+1}^e = \hat{\alpha}_{n_1} + \hat{\beta}_{n_1} E_{n_1}(X) \quad (9)$$

扩展初始估计样本的窗口期,即将原来的窗口期 $\{R_{t+1}^e\}_{t=1}^{n_1}$ 和 $\{E(X)_t\}_{t=1}^{n_1}$ 扩展为 $\{R_{t+1}^e\}_{t=1}^{n_1+1}$ 和 $\{E(X)_t\}_{t=1}^{n_1+1}$ ,再次估计得出预测回归模型的系数 $\hat{\alpha}_{n_1+1}$ 和 $\hat{\beta}_{n_1+1}$ ;然后使用估计出的模型向前一步预测,得到样本外第二个股票收益率的预测值,即

$$\widehat{R}_{n_1+2}^e = \hat{\alpha}_{n_1+1} + \hat{\beta}_{n_1+1} E_{n_1+1}(X) \quad (10)$$

依次类推,不断滚动估计模型的窗口期,可得到样本外所有时刻股票收益率的预测值,共 $n_2$ 个预测值 $\{\widehat{R}_{t+1}^e\}_{t=n_1+1}^{t=T}$ 。

得到样本外的估计值即可计算出样本外 $R_{OS}^2$ 及其 CW 统计量和  $p$  值,结果见表 5。由表 5 可知,对于预测未来一个月收益率,虽然已实现方差预期值、上行已实现方差预期值和下行已实现方差预期值的样本外 $R_{OS}^2$ 均为正,但均不显著,说明在样本外它们的预测效果并不比历史均值作为预测值的效果好,且与样本内结果一致,在考虑了方差分解后,对方差预

表 5 上证指数已实现方差预期值系列对未来 1 个月收益率的样本外预测表现

Table 5 For Next Month, Out-of-sample Predictive Ability of Expected Realized Variance of Shanghai Composite Index

	$R_{OS}^2$ (%)	CW值	$p$ 值
$E(RV)$	3.591	1.249	0.106
$E(RV^2)$	7.217*	1.375	0.085
$E(RV^3)$	5.246*	1.337	0.091
$E(RV_D)$	3.433	1.241	0.107
$E(RV_D^2)$	7.418*	1.405	0.080
$E(RV_D^3)$	7.665*	1.390	0.082
$E(RV_U)$	3.597	1.243	0.107
$E(RV_U^2)$	6.663*	1.328	0.092
$E(RV_U^3)$	3.972	1.265	0.103

注:样本内检测期为 2003 年 1 月至 2011 年 10 月,样本外检测期为 2011 年 11 月至 2022 年 1 月。

期值样本外预测效果提升不明显。而在高阶预测指标中,除了上行已实现方差预期值的三次方样本外 $R_{OS}^2$ 不显著外,下行已实现方差的二次方和三次方的预期值以及上行已实现方差预期值的二次方样本外 $R_{OS}^2$ 均在 10% 水平上显著,表明非线性关系对方差预期值预测能力的提升在样本外保持稳定。同样地,下行已实现方差预期值的三次方样本外 $R_{OS}^2$ 最大,为 7.665%。说明综合考虑方差分解和非线性关系,方差预期值在样本外对股票未来收益率的预测能力达到最佳水平。

结果表明,从样本外的预测表现看,对于预测未来一个月收益率,月度已实现方差预期值系列的二次方和三次方整体比它们的一次项预测表现好,尤其是下行已实现方差的三次方。

结合样本内和样本外的预测结果看,对于预测未来一个月收益率,无论是已实现方差、上行已实现方差、下行已实现方差,它们的二次方和三次方预期值在样本内和样本外整体表现都优于一次项,尤其是下行已实现方差三次方预期值表现最好。所以在考虑方差与收益率的非线性关系的同时,再叠加方差分解,可以大大提高方差预期值对未来收益率的预测能力。

#### 4 资产配置:经济意义评估

由于股票收益率预测的 $R^2$ 通常很小,本研究的实证结果也发现预测方程的 $R^2$ 只有 10%。CAMPBELL et al.<sup>[35]</sup>的研究认为,当回归可决系数 $R^2$ 达到 0.500% 时已经能够产生实际效益。因此,本研究将从资产配置的角度评估方差非线性项预期值和考虑方差分解对收益率预测的经济意义。由于本研究结果表明,整体来说,中国股市投资者是偏好风险的,这显然是非理性的。但其中不乏厌恶风险的理性投资者,因此进一步讨论本研究的发现对理性投资者的经济意义。

类似于 RAPACH et al.<sup>[39]</sup>和 ZHANG et al.<sup>[40]</sup>的研究,假设一个均值-方差的理性投资者只在股票和无风险资产之间分配其财富。在月末 $t$ 时刻,该投资者投资的股票组合占其所有财富的比重为 $w_t$ ,剩余财富全部投资于无风险资产,并持有该组合 1 个月。投资者持有股票的最优权重为 $w_t = \frac{\widehat{R}_{t,t+1}^e}{\gamma \widehat{IV}_{t,t+1}}$ ,其中, $\gamma$ 为投资者的风险厌恶系数, $\widehat{R}_{t,t+1}^e$ 和 $\widehat{IV}_{t,t+1}$ 分别为未来 1 个月超额收益率及其已实现方差在 $t$ 时刻的预测值。参考 CAMPBELL et al.<sup>[35]</sup>的参数设定,并与本研究保持一致,采用当月已实现方差作为下个月已实现方差的预期值。相应地,持有期(1 个月)该投资组合的收益率为 $R_{t,t+1}^p = w_t R_{t,t+1} + (1-w_t) R_{t,t+1}^f$ ,其中, $R_{t,t+1}^f$ 是对应期限的无风险利率。股票市场最大允许 50% 卖空,不允许使用杠杆,即 $w_t \in [-0.5, 1]$ 。

本研究采用夏普比率(SR)和确定性等价收益率( $Cer$ )两个指标评估投资组合的收益率。夏普比率是投资组合收益率的均值与标准差的比值。确定性等

价收益率的计算公式为

$$Cer = \widehat{R}_p - 0.5\gamma\hat{\sigma}_p^2 \quad (11)$$

其中,  $\widehat{R}_p$  为样本外预测期组合收益率的均值,  $\hat{\sigma}_p^2$  为样本外预测期组合收益率的方差。确定性等价收益率实际上是将风险资产的收益率按照投资者的效用函数进行调整, 使其与无风险收益率具有相同的效用水平, 这有助于比较不同资产或投资组合为投资者带来的效用大小。将  $Cer$  乘以 12 进行年化处理。根据已实现方差预期值系列指标构建的投资组合确定性等价收益率, 与基于历史均值预测模型构建的投资组合确定性等价收益率之间的差异称为确定性等价收益率差值 ( $Cer_g$ )。该差值反映了已实现方差预期值系列指标对未来收益率的预测能力给投资者带来的益处。

在无交易成本的假设下, 本研究针对不同的风险厌恶系数  $\gamma$  进行分析, 即  $\gamma = 3, 5, 7$ , 研究 1 个月内预测期间的夏普比率、确定性等价收益率和确定性等价收益率差值。详细结果见表 6。为方便比较, 本研究还计算了买入-持有策略的夏普比率, 为 0.030, 说明直接持有指数类产品的夏普比率是 0.030。

表 6 结果表明, ①无论理性投资者的风险厌恶系数是多少, 使用已实现方差、上行已实现方差和下行已实现方差预期值预测未来收益率产生的夏普比率、确定性等价收益率和确定性等价收益率差值都随着其幂次的增加而不断变大, 并且它们的三次方产生了最大的正值。即, 使用已实现方差预期值的三次方预测未来收益率能够大幅度提高理性投资者的经济效益。②从方差分解角度看, 上行已实现方差和下行已实现方差预期值产生的夏普比率、确定性等价收益率和确定性等价收益率差值, 相比已实现方差预期值虽然有所提高, 但提高幅度不大。它们的二次方和三次方具有类似结果。③同样地, 与样本内和样本外结果保持一致, 下行已实现方差预期值及其高阶项的夏普比率、确定性等价收益率和确定性等价收益率差值均为最大值。换言之, 同时考虑方差与收益率的非线性和方差分解, 可以使方差预期值预测能力的经济效益最大化。④厌恶系数  $\gamma = 3$  时, 利用下行已实现方差预期值的三次方指标进行“择时”后, 夏普比率提升至 0.170, 是买入-持有策略的 5 倍以上。并且随着厌恶系数的增加, 利用已实现方差的三次方指标进行“择时”, 产生的夏普比率越高, 说明利用已实现方差预期值的高阶项对收益率进行预测具有经济上显著的意义。

### 5 稳健性检验

为了进一步说明上述结论在中国股票市场收益率预测方面的稳健性, 本研究从如下方面进行稳健性检验。

#### 5.1 更换指数

本研究考察了已实现方差预期值系列指标对沪深 300 指数和上证 50 指数收益率的预测表现。其中

表 6 资产配置: 上证指数  
Table 6 Asset Allocation: Shanghai Composite Index

	SR	Cer(%)	Cer_g(%)
A 栏 $\gamma = 3$			
$E(RV)$	0.083	1.380	0.344
$E(RV^2)$	0.106	2.020	0.984
$E(RV^3)$	0.154	2.930	1.894
$E(RV_U)$	0.088	1.553	0.517
$E(RV_U^2)$	0.107	2.034	0.998
$E(RV_U^3)$	0.141	2.642	1.606
$E(RV_D)$	0.079	1.240	0.204
$E(RV_D^2)$	0.106	1.990	0.953
$E(RV_D^3)$	0.166	3.134	2.098
B 栏 $\gamma = 5$			
$E(RV)$	0.137	1.971	0.533
$E(RV^2)$	0.160	2.371	0.933
$E(RV^3)$	0.220	3.139	1.701
$E(RV_U)$	0.140	2.076	0.637
$E(RV_U^2)$	0.159	2.364	0.926
$E(RV_U^3)$	0.206	2.911	1.473
$E(RV_D)$	0.134	1.887	0.448
$E(RV_D^2)$	0.173	2.551	1.113
$E(RV_D^3)$	0.231	3.261	1.822
C 栏 $\gamma = 7$			
$E(RV)$	0.172	2.135	0.525
$E(RV^2)$	0.206	2.610	0.999
$E(RV^3)$	0.257	3.122	1.512
$E(RV_U)$	0.175	2.210	0.600
$E(RV_U^2)$	0.195	2.457	0.847
$E(RV_U^3)$	0.244	2.956	1.346
$E(RV_D)$	0.177	2.175	0.565
$E(RV_D^2)$	0.218	2.734	1.124
$E(RV_D^3)$	0.267	3.234	1.624

注: 样本内期为 2003 年 1 月至 2011 年 10 月, 样本外检验期为 2011 年 11 月至 2022 年 1 月。

沪深 300 指数全样本期为 2005 年 1 月至 2022 年 1 月, 在进行样本外预测效果评估时将 2014 年 2 月至 2022

年1月作为样本外检测期。上证50指数全样本期为2004年1月至2022年1月,在进行样本外预测效果评估时将2012年12月至2022年1月作为样本外检测期。

在全样本内,对于沪深300指数和上证50指数未来1个月股票市场超额收益率的预测回归结果显示,无论是已实现方差、上行已实现方差还是下行已实现方差,它们预期值的二次方和三次方的预测回归系数均在1%水平上显著。稍有不同的是,对于沪深300指数,下行已实现方差预期值的三次方调整后的 $R^2$ 最大;而对于上证50指数,下行已实现方差预期值的二次方调整后的 $R^2$ 最大。从样本外预测效果评估指标看,沪深300指数和上证50指数的已实现方差预期值系列指标的 $R_{OS}^2$ 均显著为正,且下行已实现方差的 $R_{OS}^2$ 均为最大。

综上所述,从全样本内预测回归结果和样本外预测效果评估结果看,无论是上证指数、沪深300指数,还是上证50指数,同时考虑方差与收益率的非线性关系和方差分解能很好地提高方差预期值对未来一个月收益率的预测能力,尤其是下行已实现方差预期值的高次方。

同样地,在沪深300指数和上证50指数近十年样本内,无论是已实现方差预期值、上行已实现方差预期值、下行已实现方差预期值,还是它们的二次方和三次方,对未来收益率的预测力均更强。

从已实现方差预期值系列指标对沪深300指数和上证50指数经济效益评估结果看,沪深300指数的结果与上证指数的结果保持一致。稍有不同的是,对于上证50指数,下行已实现方差预期值的确定性等价收益率和确定性等价收益率差值最大,而下行已实现方差预期值的三次方产生的夏普比率最大。

## 5.2 更换已实现方差的预测方法

为了检验评估已实现方差不同的预测方法对本研究结论可靠性的影响,本研究采用已有研究常用的HAR-RV模型获得已实现方差系列预期值,具体方法见(5)式。表7是HAR-RV模型下,上证指数全样本内和近十年内月度已实现方差预期值系列对未来一个月收益率的预测表现。由表7可知, $\beta$ 参数估计值统计上显著为负,且已实现方差预期值系列高次项调整后的 $R^2$ 大于已实现方差预期值系列本身,与RW模型下的结果保持一致。表7的结果表明,本研究的结论十分稳健。

## 6 结论

### 6.1 研究结果

本研究主要考察了考虑方差分解和非线性能否提高方差预期值对未来收益率的预测能力。本研究将方差分解为上行方差和下行方差,并通过方差的二次方和三次方体现方差与收益率之间的非线性关系。通过全样本和分样本回归预测、样本外预测能力评估分析预测能力的统计显著性,通过资产配置分析经济上的显著性,并通过更换指数、更换方差预期值的估计方法进行稳健性检验。

研究结果表明:①月度方差预期值系列指标对未来一个月收益率均有相当显著的负向预测能力。即使在控制了其他潜在预测变量后,方差预期值系列指标对未来一个月收益率的预测能力仍然相当显著。②无论在样本内还是样本外,同时考虑方差与收益率的非线性关系和方差分解能最大程度地提高月度方差预期值对未来一个月收益率的预测能力,尤其是下行已实现方差的高次方。③本研究还发现在近十年样本内,无论是总的已实现方差、上行已实现方

表7 HAR-RV模型下上证指数全样本内月度已实现方差预期值系列对未来1个月收益率的预测表现

Table 7 Under HAR-RV Model Predictive Ability of Expected Realized Variance in Full Sample of Shanghai Composite Index for Next Month

	全样本期: 2003年1月至2022年1月			子样本期: 2012年12月至2022年1月		
	回归系数 估计值	NW-t 统计量	调整后的 $R^2$	回归系数 估计值	NW-t 统计量	调整后的 $R^2$
$E(RV)$	-0.080*	-1.929	1.964	-0.096**	-2.594	5.550
$E(RV^2)$	-0.009***	-3.884	2.506	-0.009***	-5.425	6.940
$E(RV^3)$	-0.001***	-6.894	2.117	-0.001***	-9.401	6.396
$E(RV_D)$	-0.156*	-1.748	1.838	-0.194***	-2.674	6.041
$E(RV_D^2)$	-0.037***	-3.922	2.636	-0.038***	-5.702	8.123
$E(RV_D^3)$	-0.006***	-7.220	2.431	-0.006***	-8.606	7.812
$E(RV_U)$	-0.162**	-2.007	2.013	-0.192**	-2.520	5.102
$E(RV_U^2)$	-0.035***	-3.830	2.337	-0.034***	-5.320	5.922
$E(RV_U^3)$	-0.005***	-6.344	1.899	-0.005***	-10.535	5.379

差、下行已实现方差, 还是它们的二次方和三次方, 对未来收益率的预测力均更强。

## 6.2 实践启示

本研究结论对投资中国股票市场的理性投资者具有实践指导意义。方差预期值系列指标在中国股市可作为月度收益率的预测指标。短期投资者应该多关注下行已实现方差的高次项风险。方差预期值系列指标对未来收益率具有经济上显著的预测能力, 理性投资者可以利用这种稳健的样本外预测能力, 有效提高资产配置的效用水平。

## 6.3 研究不足和未来研究方向

值得注意的是, 本研究实证结果显示, 中国股票市场上方差预期值系列指标与同期的预期收益率之间存在明显的负相关关系, 说明中国股票市场投资者整体而言是风险爱好者, 这与经典理论假设是相违背的。不过, 该结论与贺志芳等<sup>[41]</sup>的实证结果保持一致。贺志芳等<sup>[41]</sup>分析了中美股市投资者风险偏好的不同, 该研究认为由于美国股票市场较为成熟, 因而投资者风险规避程度较高, 美国股票市场上投资者倾向于风险规避; 而中国股票市场属于新兴市场, 加上中国股市个体投资者和非理性投资者相对较多, 市场上投机成分较多, 使该市场上投资者倾向于风险寻求, 即中国股票市场上的投资者倾向于风险爱好者, 中美股市投资者风险偏好的不同值得本研究进一步深入探讨。

## 参考文献:

- [1] CAI W S, PAN Z Y, WANG Y D. Uncertainty and the predictability of stock returns. *Journal of Forecasting*, 2022, 41(4): 765–792.
- [2] LIN Q, LIN X. Cash conversion cycle and aggregate stock returns. *Journal of Financial Markets*, 2021, 52: 100560-1–100560-27.
- [3] 顾文涛, 王儒, 郑肃豪, 等. 金融市场收益率方向预测模型研究: 基于文本大数据方法. *统计研究*, 2020, 37(11): 68–79.  
GU Wentao, WANG Ru, ZHENG Suhao, et al. Research on the prediction model of the direction of financial market returns: based on text big data method. *Statistical Research*, 2020, 37(11): 68–79.
- [4] 岳思诗, 曹嘉威. 机构投资者调研活动信息内容对股票收益率的预测: 来自中国 A 股市场的数据. *系统工程*, 2020, 38(6): 97–107.  
YUE Sishi, CAO Jiawei. Predictive effect of institutional investor's site visit information content on stock market return—evidence from Chinese a share market. *Systems Engineering*, 2020, 38(6): 97–107.
- [5] GAO X, GU C, KOEDIJK K. Institutional investor sentiment and aggregate stock returns. *European Financial Management*, 2021, 27(5): 899–924.
- [6] MA Y, YANG B C, SU Y P. Stock return predictability: evidence from moving averages of trading volume. *Pacific-Basin Finance Journal*, 2021, 65: 101494-1–101494-23.
- [7] 张金清, 何菁, 展一帆. 期权交易量对现货收益率预测能力的研究. *投资研究*, 2021, 40(2): 92–108.  
ZHANG Jinqing, HE Jing, ZHAN Yifan. Research on predictive power of option trading volume to spot yield. *Review of Investment Studies*, 2021, 40(2): 92–108.
- [8] COCHRANE J H. *Asset pricing*. Princeton: Princeton University Press, 2005: 1–30.
- [9] KADAN O, TANG X X. A bound on expected stock returns. *The Review of Financial Studies*, 2020, 33(4): 1565–1617.
- [10] CHABI-YO F, LOUDIS J. The conditional expected market return. *Journal of Financial Economics*, 2020, 137(3): 752–786.
- [11] 李志勇, 余涓, 汪寿阳. 方差风险溢价和收益率预测: 来自上证 50ETF 期权市场的证据. *系统工程理论与实践*, 2022, 42(2): 306–319.  
LI Zhiyong, YU Mei, WANG Shouyang. Variance risk premiums and return predictability: evidence from SSE 50ETF options. *Systems Engineering-Theory & Practice*, 2022, 42(2): 306–319.
- [12] KAHNEMAN D, TVERSKY A. Prospect theory: an analysis of decision under risk. *Econometrica*, 1979, 47(2): 263–292.
- [13] GUL F. A theory of disappointment aversion. *Econometrica*, 1991, 59(3): 667–686.
- [14] GUO H, QIU B H. Options-implied variance and future stock returns. *Journal of Banking & Finance*, 2014, 44: 93–113.
- [15] MARTIN I. What is the expected return on the market?. *The Quarterly Journal of Economics*, 2017, 132(1): 367–433.
- [16] MARTIN I W R, WAGNER C. What is the expected return on a stock?. *The Journal of Finance*, 2019, 74(4): 1887–1929.
- [17] 王琳玉, 倪中新, 郭婧. 上证 50ETF 隐含高阶矩风险对股票收益的预测研究. *统计研究*, 2020, 37(12): 75–90.  
WANG Linyu, NI Zhongxin, GUO Jing. Research on the predictability of stock returns with implied higher-moment risks of SSE 50ETF. *Statistical Research*, 2020, 37(12): 75–90.
- [18] 郑振龙, 杨荔海, 陈蓉. 方差风险、偏度风险与市场收益率的可预测性. *经济学(季刊)*, 2022, 22(3): 795–818.  
ZHENG Zhenlong, YANG Lihai, CHEN Rong. Variance risk, skewness risk and market return predictability. *China Economic Quarterly*, 2022, 22(3): 795–818.
- [19] LIU L, WANG Y D. Forecasting aggregate market volatility: the role of good and bad uncertainties. *Journal of Forecasting*, 2021, 40(1): 40–61.
- [20] 瞿慧, 何佳诺. 基于已实现波动率的 50ETF 期权定价研究. *管理科学*, 2019, 32(3): 148–160.  
QU Hui, HE Jianuo. Pricing 50ETF options using realized volatility. *Journal of Management Science*, 2019, 32(3): 148–160.
- [21] SUH S, YOO E, YOON S J. Stock market tail risk, tail risk premia, and return predictability. *Journal of Futures Markets*, 2021, 41(10): 1569–1596.
- [22] 郑振龙, 杨玉晓, 陈蓉. “好”“坏”方差与股票市场收益率预测. *厦门大学学报(哲学社会科学版)*, 2023, 73(3): 54–66.  
ZHENG Zhenlong, YANG Yuxiao, CHEN Rong. Good volatility, bad volatility, and stock return predictability. *Journal of Xiamen University (Arts & Social Sciences)*, 2023, 73(3): 54–66.
- [23] 陈国进, 丁杰, 赵向琴. “坏”跳跃、“好”跳跃与高频波动率预测. *管理科学*, 2018, 31(6): 3–16.  
CHEN Guojin, DING Jie, ZHAO Xiangqin. “Bad” jumps, “good” jumps and high-frequency volatility forecasting. *Journal of Management Science*, 2018, 31(6): 3–16.
- [24] 陈声利, 李一军, 关涛. 波动预测建模与尾部风险测量方法. *管理科学*, 2018, 31(6): 17–32.  
CHEN Shengli, LI Yijun, GUAN Tao. Methodology of volatility forecasting modelling and tail risk measurement. *Journal of Man-*

- agement Science*, 2018, 31(6): 17–32.
- [25] 龚旭, 曹杰, 文风华, 等. 基于杠杆效应和结构突变的 HAR 族模型及其对股市波动率的预测研究. *系统工程理论与实践*, 2020, 40(5): 1113–1133.
- GONG Xu, CAO Jie, WEN Fenghua, et al. The har-type models with leverage and structural breaks and their applications to the volatility forecasting of stock market. *Systems Engineering-Theory & Practice*, 2020, 40(5): 1113–1133.
- [26] FEUNOU B, JAHAN-PARVAR M R, OKOU C. Downside variance risk premium. *Journal of Financial Econometrics*, 2018, 16(3): 341–383.
- [27] BARNDORFF-NIELSEN O E, KINNEBROUK S, SHEPHARD N. Measuring downside risk: realised semivariance//BOLLERSLEV T, RUSSELL J, WATSON M. *Volatility and Time Series Econometrics: Essays in Honor of Robert F. Engle*. Oxford: Oxford University Press, 2010: 117–136.
- [28] CORSI F. A simple approximate long-memory model of realized volatility. *Journal of Financial Econometrics*, 2009, 7(2): 174–196.
- [29] ADRIAN T, CRUMP R K, VOGT E. Nonlinearity and flight-to-safety in the risk-return trade-off for stocks and bonds. *The Journal of Finance*, 2019, 74(4): 1931–1973.
- [30] ANDERSEN T G, BOLLERSLEV T, DIEBOLD F X, et al. The distribution of realized stock return volatility. *Journal of Financial Economics*, 2001, 61(1): 43–76.
- [31] 王若昕, 马锋. 日内收益率预测: 基于日内跳跃和动量研究. *系统工程理论与实践*, 2021, 41(8): 2004–2014.
- WANG Ruoxin, MA Feng. Intraday return predictability: based on intraday jumps and momentum. *Systems Engineering-Theory & Practice*, 2021, 41(8): 2004–2014.
- [32] CHEN J, TANG G H, YAO J Q, et al. Investor attention and stock returns. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 2022, 57(2): 455–484.
- [33] FAN Z Z, XIAO X, ZHOU H. Moment risk premia and stock return predictability. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 2022, 57(1): 67–93.
- [34] AMIHUD Y. Illiquidity and stock returns: cross-section and time-series effects. *Journal of Financial Markets*, 2002, 5(1): 31–56.
- [35] CAMPBELL J Y, THOMPSON S B. Predicting excess stock returns out of sample: can anything beat the historical average?. *The Review of Financial Studies*, 2008, 21(4): 1509–1531.
- [36] WELCH I, GOYAL A. A comprehensive look at the empirical performance of equity premium prediction. *The Review of Financial Studies*, 2008, 21(4): 1455–1508.
- [37] CLARK T E, WEST K D. Approximately normal tests for equal predictive accuracy in nested models. *Journal of Econometrics*, 2007, 138(1): 291–311.
- [38] 姜富伟, 涂俊, RAPACH D E, 等. 中国股票市场可预测性的实证研究. *金融研究*, 2011(9): 107–121.
- JIANG Fuwei, TU Jun, RAPACH D E, et al. How predictable is the Chinese stock market?. *Journal of Financial Research*, 2011(9): 107–121.
- [39] RAPACH D E, RINGGENBERG M C, ZHOU G F. Short interest and aggregate stock returns. *Journal of Financial Economics*, 2016, 121(1): 46–65.
- [40] ZHANG Y J, MA F, LIANG C, et al. Good variance, bad variance, and stock return predictability. *International Journal of Finance & Economics*, 2021, 26(3): 4410–4423.
- [41] 贺志芳, 董天琪. 中美股市投资者风险偏好的联动性研究: 基于风险 - 收益关系视角. *系统工程理论与实践*, 2023, 43(9): 2556–2569.
- HE Zhifang, DONG Tianqi. Linkages of investor risk preferences in the Chinese and US stock markets: a perspective from risk-return relationship. *Systems Engineering-Theory & Practice*, 2023, 43(9): 2556–2569.

## Return Predictability: From the Perspective of Variance Decomposition and Nonlinearity

ZHENG Zhenlong, YANG Yuxiao, CHEN Rong  
School of Management, Xiamen University, Xiamen 361005, China

**Abstract:** Risk and return are the two core variables that investors are most concerned, and the prediction of return has therefore become the focus of research by domestic and foreign scholars.

In the classical asset pricing framework, there is a theoretical relationship between the expected return and variance in the same period. Since the variance is time-varying, the future variance is unknown at the current moment. Many scholars use implied variance, implied higher-order moments, and variance risk premium extracted from options to predict future returns. In fact, the implied variance is the expected variance in the risk-neutral world, which is equal to the expected variance in the physical world plus the variance risk premium. Therefore, there is a problem of missing predictive variables when using implied variance or variance risk premium to predict future returns. In order to solve this problem, this study uses the expected variance of the physical world at the current moment to predict future returns.

This study examines whether the prediction effect of the expected variance on China's stock market returns can be improved from the perspective of variance decomposition and nonlinearity of risk and return. At the same time, explore the predictive effect of the intersection of decomposition and nonlinearity. We also assess their economic significance from an asset allocation perspective. Finally, the robustness of the results was tested by replacing different indices and estimating methods of the expected variance.

The results show that the expected variance has negative predictive power for the stock market returns during the sample period from 2003 to 2022. And the intersection of nonlinearity and decomposition can greatly improve the ability of the expected variance for the next month, with the predicted effect being both economically and statistically significant. It shows that the expected variance series indicators can be used as a predictor of monthly returns on China's stock market returns. Moreover, in the sample of the past ten years, whether it is the total expected realized variance, expected downside realized variance, expected upside realized variance, or their quadratic and cubic, they are more predictive of stock returns.

Based on the perspective of variance decomposition and nonlinearity, it expands the study of variance's ability to predict returns, and deepens the understanding of the predictability of the stock market returns. Relevant conclusions have practical guiding significance for rational investors investing in China's stock market. And rational investors can use this robust out-of-sample predictive ability to improve the utility level of asset allocation. In particular, short-term index investors should pay more attention to the higher order risk of downside realized variance.

**Keywords:** variance decomposition; upside realized variance; downside realized variance; nonlinearity; return predictability

**Received Date:** June 17<sup>th</sup>, 2023      **Accepted Date:** October 31<sup>st</sup>, 2023

**Funded Project:** Supported by the National Natural Science Foundation of China (72371210, 72071168)

**Biography:** ZHENG Zhenlong, doctor in finance, is a professor in the School of Management at Xiamen University. His research interests cover asset pricing, financial engineering and risk management. His representative paper titled "Variance risk skewness risk and market return predictability" was published in the *China Economic Quarterly* (Issue 3, 2022). E-mail: [zlzheng@xmu.edu.cn](mailto:zlzheng@xmu.edu.cn)

YANG Yuxiao is a Ph.D candidate in the School of Management at Xiamen University. Her research interests include quantitative finance and financial derivatives. Her representative paper titled "Good volatility, bad volatility, and stock return predictability" was published in the *Journal of Xiamen University (Arts & Social Sciences)*(Issue 3, 2023). E-mail: [yang\\_yuxiao@163.com](mailto:yang_yuxiao@163.com)

CHEN Rong, doctor in finance, is a professor in the School of Management at Xiamen University. Her research interests include fixed income securities and asset pricing. Her representative paper titled "Information content of options' net buying pressure" was published in the *Journal of Management Sciences in China* (Issue 6, 2021). E-mail: [aronge@xmu.edu.cn](mailto:aronge@xmu.edu.cn) □

(责任编辑: 李祎博)