



基于显性与隐性知识融合的 贝叶斯多准则排序方法

刘炳胜^{1,2}, 王琦², 申映华³, 陈媛²

1 河北工业大学 经济管理学院, 天津 300130

2 天津大学 管理与经济学部, 天津 300072

3 重庆大学 经济与工商管理学院, 重庆 400044

摘要: 多准则排序问题广泛存在于多源异质信息环境下的复杂决策任务中。在这类环境中, 决策所依赖的知识分为以结构化数据为载体的显性知识和依托决策者经验的隐性知识, 二者优势互补, 如何有效整合成为提升排序质量的关键。然而, 传统方法多采用串行处理架构, 将两类知识分别建模、简单拼接, 难以在统一框架下实现协同推理, 致使排序结果的稳健性和可解释性受限。

为此, 在贝叶斯推理框架下提出一种融合显性知识与隐性知识的多准则排序方法, 通过三阶段建模实现两类知识在同一概率空间内的交互验证。首先, 采用去偏 LASSO 回归方法从高维准则空间中筛选统计显著的交互项, 进而构建嵌入主效应和二阶交互效应的分段线性加性值优化模型, 提取显性知识的结构特征并形成先验分布; 其次, 将决策者提供的成对比较信息构建为似然函数, 量化隐性知识; 最后, 采用结合 Hit-And-Run 与 Metropolis-Hastings 的马尔科夫蒙特卡洛采样方法进行后验推断, 刻画各方案在不同排名上的概率分布和不确定性。

在 5 个公共数据集上, 所提偏好学习模型在拟合精度和泛化性能上均显著优于已有代表性方法。在与传统排序方法的比较中, 所提排序方法能够使优胜方案的概率更集中于其真实排名位置, 并显著压缩中后位方案的排序区间; 成对超越指数更趋向两极取值, 使方案间的优劣判别边界更加清晰。上述结果表明, 该方法在排序清晰度、稳健性和不确定性量化方面均明显优于传统方法。

在理论上, 该方法将显性知识识别出的准则交互效应系统纳入贝叶斯序数回归的先验建模, 在同一概率空间内统一表征客观规律与主观偏好, 缓解了已有研究中两类知识“二元割裂”的问题, 拓展了多准则排序的建模范式。在实践中, 该方法为应对多源异质信息环境下的复杂排序任务提供了具备稳健性和可解释性的决策支持工具, 有效辅助决策者处理现实情境中的复杂偏好表达和排序判断。

关键词: 多准则决策; 准则交互; 加性值函数; 偏好学习; 贝叶斯推理

中图分类号: C934

文献标识码: A

doi: 10.3969/j.issn.1672-0334.2026.03.001

文章编号: 1672-0334(2026)03-0001-18

收稿日期: 2025-05-11 **修返日期:** 2026-05-05

基金项目: 国家自然科学基金 (72134002, 72574161); 中央高校基本科研业务费专项资金 (2022CDJSKPT31-01, 2022CDJJJ-010); 重庆市自然科学基金 (CSTB2023NSCQ-MSX1075)

作者简介: 刘炳胜, 管理学博士, 河北工业大学经济管理学院、天津大学管理与经济学部教授, 研究方向为工程管理、社会治理、决策理论与方法、运营管理等, 代表性成果为“Large-scale group decision making model based on social network analysis: trust relationship-based conflict detection and elimination”, 发表在 2019 年第 2 期《European Journal of Operational Research》, E-mail: bluesea_boy_1979@163.com

王琦, 天津大学管理与经济学部博士研究生, 研究方向为数据驱动的管理决策等, E-mail: qwang_1995@126.com

申映华 (通讯作者), 工学博士, 重庆大学经济与工商管理学院副教授, 研究方向为信息管理、决策理论与方法、运营管理等, E-mail: yinghuashen@cqu.edu.cn

陈媛, 工学博士, 天津大学管理与经济学部副教授, 研究方向为工程管理、城市韧性管理等, E-mail: yuanchen_2020@tju.edu.cn

引言

多准则排序问题是现代决策科学中的核心议题,其本质是在多个相互冲突的评价准则下,对有限备选方案生成稳健优先序的复杂决策过程^[1]。该问题广泛存在于金融投资^[2]、质量评价^[3]、医疗推荐^[4]等领域。随着大数据时代的到来,决策所依赖的知识结构日益多元,决策过程愈发复杂^[5],数据驱动的研究范式由此成为推动决策理论和方法发展的重要力量^[6]。在此背景下,如何有效整合多元决策知识,降低决策过程中的不确定性,成为多准则排序问题的重要挑战^[7]。

从知识的本质看,决策知识可分为显性和隐性两种类型^[8]。显性知识以结构化数据和参数化模型为载体,具有客观性、可重复性的优势;隐性知识则依托决策者的经验直觉和认知模式,具备情境自适应的优势^[9]。两类知识虽优势互补,但当前多准则排序方法却普遍存在显性知识与隐性知识的“二元割裂”现象:一方面,以显性知识驱动的方法过度追求数据的统计拟合,导致决策灵活性缺失^[10];另一方面,以隐性知识为主导的方法则过度依赖决策者的主观偏好,放大决策者的认知偏差^[11]。更深层的矛盾在于,已有研究多采用串行处理架构,将显性知识与隐性知识分别处理、简单组合,未能在统一的模型框架下实现两类知识的协同推理和交互融合。

为此,本研究提出一种基于贝叶斯理论的多准则排序方法,以概率推理为基础,在同一概率空间内实现显性知识与隐性知识的交互验证,从而对决策过程中的不确定性进行建模和协同处理。具体而言,该方法包括3个方面:①利用客观数据构建考虑准则交互的偏好学习模型,以此形成先验概率分布,实现对客观规律的数学表征;②将决策者提供的成对偏好比较信息嵌入似然函数,以此映射其主观认知模式;③通过贝叶斯后验概率更新机制实现显性知识与隐性知识的动态交互,并对方案排序的不确定性进行量化评估。

1 相关研究评述

在多准则决策科学领域,如何有效地利用不同形式的决策知识已成为当前研究的核心议题。基于显性知识与基于隐性知识的多准则排序方法在研究范式、模型架构和应用实践等方面各有优势和局限,下面分别从这两个视角对已有研究进行系统性评述。

1.1 基于显性知识的偏好学习模型

当前针对显性知识的偏好学习模型主要分为基于机器学习和基于优化的两种范式。基于机器学习的偏好学习模型致力于从数据中挖掘准则间复杂的非线性关系,在预测性能方面展现出显著优势^[10]。神经网络、随机森林和支持向量机等机器学习算法已广泛应用于多准则决策领域,能够有效拟合历史数据并在未知数据上保持优异的泛化能力。Li et al.^[12]提出一种分段线性神经网络架构,可用于建模潜在的非单调偏好与准则间的高阶交互作用,在多

准则分类问题中表现出良好的稳定性;Ali et al.^[13]结合随机森林分类和特征选择技术,构建的供应商智能遴选系统在关键准则识别和预测精度方面实现双重提升;Wu et al.^[14]将支持向量机与分布式稳健优化方法相结合,建立适用于不确定环境的多准则分类模型,实现了对决策偏好的稳健建模和高效求解。尽管上述方法具备优异的预测准确性和模型灵活性,但其可解释性仍较为有限,尤其在对准则间交互效应的结构化表达以及对决策者提供认知支持上依旧欠缺。因此,在强调决策过程透明性和模型可解释性的背景下,单一的机器学习方法在实际应用中往往存在一定的局限性。

相较而言,基于优化的偏好学习方法更加注重模型的稳健性和可解释性。这类方法通过显式数学规划构建偏好关系,能够直观反映准则权重配置的决策逻辑。凸优化和二次规划等经典优化技术在多准则决策研究中扮演着关键角色。Fu et al.^[15]在证据推理框架下构建凸优化模型,通过可行域约束排除非理性偏好,并在受限空间内精准学习偏好函数;梁倩等^[16]针对决策者在不同准则情境下可能表现出差异化决策行为的问题,提出了一种考虑情境依赖的偏好学习方法,通过构建优化模型识别互补效用函数并结合分类与回归树算法提取情境化的偏好规则。上述研究虽然在模型稳健性和结构表达方面取得了进展,但均未充分考虑准则间的交互效应。因此,部分研究开始探索将交互项纳入优化模型,以增强模型对复杂决策逻辑的适应性。但交互项的引入导致模型参数空间急剧膨胀,计算复杂度显著提升。为缓解这一问题,一些研究通过引入结构性假设来控制模型复杂度。Liu et al.^[17]提出基于凸二次规划的优化方法,通过对交互项结构进行显式约束,假设每个准则至多与其他一个准则发生交互,在一定程度上缓解了维度灾难问题。但这种简化假设也限制了模型对真实交互结构的有效表达能力,降低了其在复杂决策环境中的适用性。

综上所述,已有基于显性知识的偏好学习模型虽各具优势,但也各有明显的局限性。机器学习方法虽擅于捕捉复杂模式但可解释性欠佳,优化方法虽结构透明却受制于交互建模的维度困境。因此,本研究基于先筛选再优化的序贯优化技术框架,先采用机器学习方法中的去偏LASSO回归在高维准则空间筛选交互项,以控制模型复杂性并提升结构识别能力;随后构建优化模型,利用分段线性加性值函数刻画准则的非线性边际效应,并显式纳入筛选后的交互项建模,精确刻画准则间的非线性依赖关系。这种建模策略既可继承机器学习的数据驱动优势,又能维持优化模型的结构透明性,实现模型性能与可解释性之间的平衡。

1.2 基于隐性知识的多准则排序方法

隐性知识主要源于决策者的主观判断和经验偏好,因其难以直接量化和表达,已有研究普遍采用间接方式对其进行建模。相关研究在偏好信息的表达

形式上已发展出多种途径。例如,模糊偏好关系通过扩展经典偏好关系的定义域适应不确定决策环境^[18];最优-最劣法则通过锚定最优与最劣准则简化偏好获取过程^[19]。其中,成对比较信息作为最广泛使用的偏好表达形式,通过捕捉决策者对备选方案或准则的相对偏好判断构建偏好模型,间接反映决策者的内在偏好结构。以下围绕基于成对比较信息的多准则排序方法,按方法演进脉络进行评述。

稳健序数回归(robust ordinal regression, ROR)是多准则排序研究中具有代表性的方法,其优势在于能够高效利用成对比较信息^[20]。ROR无需依赖完整的排序数据,而是通过决策者提供的有限偏好信息识别所有与之兼容的加性偏好模型集合,并借助线性规划技术评估各方案间的必要性和可能性偏好关系^[20]。基于此,ROR为每个方案构建在所有兼容模型中的排名区间,为决策者提供排序稳健性分析。然而,当偏好信息稀疏时,ROR方法往往难以得出充分的必要偏好结论,导致排序结果区分度不足^[21]。

在实际决策过程中,决策者不仅关注某一排序是否成立,更希望了解某一排序或选择结果出现的概率。为量化偏好信息所带来的不确定性,KADZIŃSKI et al.^[21]提出了随机序数回归模型(stochastic ordinal regression, SOR)。该模型通过假设所有与当前偏好信息兼容的加性偏好模型在模型实例空间中均匀分布^[22],并通过蒙特卡罗模拟计算每个方案在各排名位置出现的概率^[23]。尽管SOR有效刻画了偏好信息的不确定性,但其模型实例空间的均匀分布假设忽视了似然原则,同时未能有效规避决策者主观判断中的认知偏差问题,使决策建议可能偏离决策者的真实偏好^[24]。

针对SOR的局限性,学术界逐渐引入贝叶斯推理方法,以更加系统地融合决策者主观偏好信息与模型不确定性。贝叶斯序数回归(Bayesian ordinal regression, BOR)方法作为这一思路的典型代表,通过设定合理的先验分布和似然函数,不仅遵循了似然原则,还能够有效缓解认知偏差对模型结果的影响^[25]。然而,已有BOR方法存在两个局限性。首先,这些方法普遍假设各准则之间相互独立,未考虑决策环境中广泛存在的准则交互效应,限制了模型在复杂决策情境中的适用性;其次,当前BOR方法在建模过程中主要依赖决策者提供的主观偏好信息,缺乏对显性知识的深入挖掘和整合,难以从结构化数据中识别潜在的偏好结构。

综上所述,尽管基于隐性知识的多准则排序方法在处理决策稳健性、不确定性量化以及主观认知偏差等方面取得了显著进展,但在准则交互建模和信息融合层面仍有待深化。特别是BOR方法尚未系统考虑准则交互问题,且在推理过程中缺乏显性知识的主动整合机制,难以实现从大规模结构化数据中提取偏好模式的能力。为此,本研究基于贝叶斯推理框架,将显性知识与隐性知识有机融合,在先验分布中系统性地纳入由显性知识识别出的准则间交互

效应,从而更全面且准确地刻画复杂决策环境中的偏好结构。同时,借助贝叶斯推理实现对主观判断不确定性与潜在认知偏差的动态更新与调节,提升模型在复杂情境中的可解释性、稳健性和泛化性能。

2 方法原理

为清晰表述本研究的排序建模方法,现对相关符号和基本概念作出定义。

$A^R = \{a_1^R, \dots, a_N^R\}$ 为训练样本中的参考备选方案集合。

$U^R = \{U_1^R, \dots, U_N^R\}$ 为训练样本对应的综合得分集合。

$A = \{a_1, a_2, \dots\}$ 为待排序的非参考备选方案集合。

$A^Q \subseteq A$ 为包含决策者偏好信息的非参考备选方案集合。

$G = \{g_1, g_2, \dots, g_j, \dots, g_n\}$ 为由 n 个准则构成的评价准则集合,每个准则 $g_j: A \cup A^R \rightarrow \mathbb{R}$,用于测量备选方案在该准则下的表现。本研究所有准则均为效益型准则,即数值越大代表性能越优。

$Q = \{q_1, q_2, \dots, q_d, \dots, q_p\}$ 为由决策者提供的成对比较信息集合,每个 $q_d \in Q$ 为对非参考备选方案对 $(a_d^{(1)}, a_d^{(2)}) \in A^Q \times A^Q$ 的偏好判断,记作 $a_d^{(1)} > a_d^{(2)}$,表示方案 $a_d^{(1)}$ 被偏好于 $a_d^{(2)}$ 。

在上述设定下,本研究关注的多准则排序问题可形式化表述为:在给定训练样本 A^R 及其综合得分 U^R 的基础上,学习一个偏好模型以估计非参考备选方案 A 中各方案的综合得分,并结合成对比较信息 Q ,在贝叶斯推理框架下生成集合 A 中各方案在不同排名位置上的概率分布。为实现上述目标,下文将依次介绍偏好学习模型的构建方式,以及如何基于贝叶斯推理机制实现排序不确定性的刻画。

2.1 考虑准则交互的偏好学习模型

在多准则排序问题中,效用函数的构建既要保证可解释性,又需捕捉潜在的非线性结构。与传统的线性或多项式形式相比,分段线性加性值函数模型在保持单调性和透明性的同时,能够灵活拟合准则与效用之间的非线性关系,因此被广泛应用于多准则决策研究。本研究以该模型作为基础框架,不仅能够更真实地反映准则效用关系,也为后续嵌入准则间的交互效应提供了合理基础。

2.1.1 分段线性加性值函数模型

本模型先在准则相互独立的情况下进行建模,并在后续扩展模型中进一步考虑准则之间的交互作用。具体而言,设加性值函数 $U(\cdot)$ 为各备选方案的综合得分^[26],其基本形式为

$$U(a) = \sum_{j=1}^n u_j[g_j(a)] \quad (1)$$

其中, a 为备选方案, $U(a)$ 为备选方案 a 的综合得分, $u_j[g_j(a)]$ 为备选方案 a 在准则 g_j 上的边际效用函数值。

为刻画边际效用函数可能存在的非线性结构,本

研究采用分段线性函数对 $u_j(\cdot)$ 进行建模^[27]。设准则 g_j 的取值区间为 $X_j = [\alpha_j, \beta_j]$, α_j 和 β_j 分别为该准则的最小值和最大值, 将该区间划分为 γ_j 个等距子区间, 记作 $[x_j^0, x_j^1], [x_j^1, x_j^2], \dots, [x_j^{\ell}, x_j^{\ell+1}], \dots, [x_j^{\gamma_j-1}, x_j^{\gamma_j}]$ 。其中, 划分点 x_j^{ℓ} 的计算方式为

$$x_j^{\ell} = \alpha_j + \frac{\ell}{\gamma_j}(\beta_j - \alpha_j) \quad \ell = 0, 1, \dots, \gamma_j - 1 \quad (2)$$

对于任意备选方案 a , 若其在准则 g_j 上的表现为 $g_j(a) \in [x_j^{\ell}, x_j^{\ell+1}]$, 则可通过线性插值近似计算其边际效用值, 即

$$u_j[g_j(a)] = u_j(x_j^{\ell}) + \frac{g_j(a) - x_j^{\ell}}{x_j^{\ell+1} - x_j^{\ell}} [u_j(x_j^{\ell+1}) - u_j(x_j^{\ell})] \quad (3)$$

由 (3) 式可知, 边际效用值函数 $u_j(\cdot)$ 的表达完全依赖于各节点处的函数值 $u_j(x_j^{\ell})$ 。因此, 通过设定分段节点的函数值, 可灵活拟合不同形式的非线性效用结构。

为简化表达, 记 $\Delta u_j^t = u_j(x_j^t) - u_j(x_j^{t-1})$, $t = 1, \dots, \gamma_j$, 则 (3) 式可重写为

$$u_j[g_j(a)] = \sum_{t=1}^{\ell} \Delta u_j^t + \frac{g_j(a) - x_j^{\ell}}{x_j^{\ell+1} - x_j^{\ell}} \Delta u_j^{\ell+1} \quad (4)$$

进一步地, 将所有区间增量 Δu_j^t 组织成向量 $\mathbf{u}_j$, $\mathbf{u}_j = (\Delta u_j^1, \dots, \Delta u_j^{\gamma_j})^T$, 定义一个与准则值相关的向量 $\mathbf{V}_j(a)$, $\mathbf{V}_j(a) = [v_j^1(a), \dots, v_j^{\gamma_j}(a)]^T$, 其元素定义为

$$v_j^t(a) = \begin{cases} 1, & \text{如果 } g_j(a) > x_j^t \\ \frac{g_j(a) - x_j^{t-1}}{x_j^t - x_j^{t-1}}, & \text{如果 } x_j^{t-1} \leq g_j(a) \leq x_j^t \\ 0, & \text{其他情况} \end{cases} \quad (5)$$

由此, 边际效用值函数可表示为向量内积, 即 $u_j[g_j(a)] = \mathbf{u}_j^T \mathbf{V}_j(a)$ 。将所有准则的边际效用值函数合并, 令 $\mathbf{u} = (\mathbf{u}_1^T, \dots, \mathbf{u}_n^T)^T$, $\mathbf{V}(a) = [\mathbf{V}_1(a), \dots, \mathbf{V}_n(a)]$, 则综合得分函数可统一表示为 $U(a) = \mathbf{u}^T \mathbf{V}(a)$ 。上述加性值模型为后续引入准则交互效应提供了表达基础。

2.1.2 考虑准则交互的加性值函数模型

上述加性值模型虽具有良好的可解释性和结构清晰性, 但在偏好建模中仍存在局限, 即无法刻画准则之间可能存在的交互作用。已有研究多采用模糊测度与 Choquet 积分框架对准则交互进行非线性集结^[28], 该框架近年来在混合信息决策^[29]和绩效评估^[30]等场景中得到进一步拓展, 但其参数规模随准则数呈指数级增长, 在高维环境下面临计算和标定困难。需要指出的是, 在实际决策中, 尽管可能存在高阶交互, 但本研究仅考虑二阶交互。这一方面是因为高阶交互同样会导致参数和约束数量呈指数级膨胀, 使优化模型难以求解; 另一方面, 二阶交互足以刻画准则间的主要依赖关系。因此, 本研究聚焦二阶交互既满足了大多数实际决策场景的建模需求, 也保证了模型的可解释性和求解可行性。为此, 本研究在基础加性模型的框架上引入奖励项和惩罚项, 用于建模准则对之间的正向交互影响和负向交互影响。设准则 g_j 与准则 g_k 之间存在交互关系^[17], 则改进后的

综合得分函数表示为

$$U(a) = \sum_{j=1}^n u_j[g_j(a)] + \sum_{\{j,k\} \in I} \text{syn}_{jk}^+[g_j(a), g_k(a)] - \sum_{\{j,k\} \in I} \text{syn}_{jk}^-[g_j(a), g_k(a)] \quad (6)$$

其中, $\text{syn}_{jk}^+(\cdot, \cdot)$ 为准则 g_j 与 g_k 之间的正向交互项; $\text{syn}_{jk}^-(\cdot, \cdot)$ 为准则 g_j 与 g_k 之间的负向交互项; I 为集合, $I \subseteq \{(j, k) | 1 \leq j < k \leq n\}$, 表示存在交互作用的准则对索引集合, 仅当准则 g_j 与 g_k 存在正向或负向交互作用时, 准则对 (j, k) 才被纳入集合 I 。

为确保该模型结构能够正确表达准则之间的交互作用, 并具有良好的单调性和归一性, 需满足以下基本约束^[31]。

(1) 归一化: 若所有准则均取最小值, 即 $g_j(a) = \alpha_j$, 则 $U(a) = 0$; 若均取最大值, 即 $g_j(a) = \beta_j$, 则 $U(a) = 1$ 。

(2) 局部单调性约束: 若对于任意 $\{j, k\} \in I$, 有 $g_j(a) \geq g_j(b)$ 且 $g_k(a) \geq g_k(b)$, 则应满足 $\text{syn}_{jk}^+[g_j(a), g_k(a)] \geq \text{syn}_{jk}^+[g_j(b), g_k(b)]$, $\text{syn}_{jk}^-[g_j(a), g_k(a)] \geq \text{syn}_{jk}^-[g_j(b), g_k(b)]$ 。

(3) 整体单调性约束: 若对所有准则 $j \in I$ 满足 $g_j(a) \geq g_j(b)$, 则应有 $U(a) \geq U(b)$ 。

进一步地, 将交互项展开至各准则的子区间, 正负交互项可表示为

$$\text{syn}_{jk}^+[g_j(a), g_k(a)] = \sum_{s=1}^{\gamma_j} \sum_{t=1}^{\gamma_k} \eta_{jk}^{+,s,t} v_j^s(a) v_k^t(a) \eta_{jk}^{+,s,t} \geq 0 \quad (7)$$

$$\text{syn}_{jk}^-[g_j(a), g_k(a)] = \sum_{s=1}^{\gamma_j} \sum_{t=1}^{\gamma_k} \eta_{jk}^{-,s,t} v_j^s(a) v_k^t(a) \eta_{jk}^{-,s,t} \geq 0 \quad (8)$$

其中, $\eta_{jk}^{+,s,t}$ 为准则 g_j 在第 s 个子区间与准则 g_k 在第 t 个子区间上的正向交互系数, $\eta_{jk}^{-,s,t}$ 为准则 g_j 在第 s 个子区间与准则 g_k 在第 t 个子区间上的负向交互系数。

为使计算更加简洁高效, 对交互项要素进行向量化, 即

$$\boldsymbol{\eta}_{jk}^+ = (\eta_{jk}^{+,1,1}, \dots, \eta_{jk}^{+,1,\gamma_k}, \dots, \eta_{jk}^{+,\gamma_j,1}, \dots, \eta_{jk}^{+,\gamma_j,\gamma_k})^T \quad (9)$$

$$\boldsymbol{\eta}_{jk}^- = (\eta_{jk}^{-,1,1}, \dots, \eta_{jk}^{-,1,\gamma_k}, \dots, \eta_{jk}^{-,\gamma_j,1}, \dots, \eta_{jk}^{-,\gamma_j,\gamma_k})^T \quad (10)$$

$$\mathbf{V}_{jk}^+(a) = [v_j^1(a) v_k^1(a), \dots, v_j^1(a) v_k^{\gamma_k}(a), \dots, v_j^{\gamma_j}(a) v_k^1(a), \dots, v_j^{\gamma_j}(a) v_k^{\gamma_k}(a)]^T \quad (11)$$

$$\mathbf{V}_{jk}^-(a) = [v_j^1(a) v_k^1(a), \dots, v_j^1(a) v_k^{\gamma_k}(a), \dots, v_j^{\gamma_j}(a) v_k^1(a), \dots, v_j^{\gamma_j}(a) v_k^{\gamma_k}(a)]^T \quad (12)$$

则交互项可转换为向量内积形式

$$\text{syn}_{jk}^+[g_j(a), g_k(a)] = \boldsymbol{\eta}_{jk}^{+T} \mathbf{V}_{jk}^+(a) \quad (13)$$

$$\text{syn}_{jk}^-[g_j(a), g_k(a)] = \boldsymbol{\eta}_{jk}^{-T} \mathbf{V}_{jk}^-(a) \quad (14)$$

进一步整合所有交互项向量, 令 $\boldsymbol{\eta}^+ = (\boldsymbol{\eta}_{1,2}^+, \dots, \boldsymbol{\eta}_{n-1,n}^+)$, $\boldsymbol{\eta}^- = (\boldsymbol{\eta}_{1,2}^-, \dots, \boldsymbol{\eta}_{n-1,n}^-)$, $\mathbf{V}^+(a) = [\mathbf{V}_{1,2}^+(a), \dots, \mathbf{V}_{n-1,n}^+(a)]$, $\mathbf{V}^-(a) = [\mathbf{V}_{1,2}^-(a), \dots, \mathbf{V}_{n-1,n}^-(a)]$, 则考虑准则交互作用项的综合得分函数可表示为

$$U(a) = \mathbf{u}^T \mathbf{V}(a) + (\boldsymbol{\eta}^+)^T \mathbf{V}^+(a) - (\boldsymbol{\eta}^-)^T \mathbf{V}^-(a) \quad (15)$$

2.1.3 基于数学优化的偏好学习模型

在考虑准则交互作用的加性值函数模型基础上,

进一步构建基于显性知识的数学优化偏好学习模型。该模型旨在准确预测训练样本的综合得分,并识别关键的准则交互关系,其核心目标是最小化预测得分与真实得分之间的误差,并围绕两个关键问题展开,一是识别存在显著交互作用的准则对,二是估计各准则的独立主效应以及各准则对的交互作用系数。具体数学优化模型 M_0 为

$$M_0: \min_{\chi_{jk}^+, \chi_{jk}^-, u, \eta^+, \eta^-} \sum_{a \in A^R} [u^T V(a) + (\eta^+)^T V^+(a) - (\eta^-)^T V^-(a) - U_a^R]^2 + C_1 (\|u\|_2^2 + \|\eta^+\|_2^2 + \|\eta^-\|_2^2)$$

$$\text{s.t.} \begin{cases} \chi_{jk}^+, \chi_{jk}^- \in \{0, 1\} & ① \\ \chi_{jk}^+ + \chi_{jk}^- \leq 1 & ② \\ \eta_{jk}^{+,s,f} \leq \chi_{jk}^+, \eta_{jk}^{-,s,f} \leq \chi_{jk}^- & ③ \\ \Delta u_j^s + \sum_{k \in I_j} \sum_{q=1}^n (\eta_{jk}^{+,s,q} - \eta_{jk}^{-,s,q}) \geq 0 & ④ \\ I_j = \{k \in \{1, \dots, n\} | (j, k) \in I\} & ⑤ \\ u \geq 0, \eta^+ \geq 0, \eta^- \geq 0 & ⑥ \\ u^T \mathbf{1} + (\eta^+)^T \mathbf{1} - (\eta^-)^T \mathbf{1} = 1 & ⑦ \end{cases}$$

其中, A^R 为具有真实综合得分的参考备选方案集合,并作为偏好学习模型的训练样本集; $a \in A^R$ 表示任一参考备选方案; U_a^R 为训练样本的真实综合得分; C_1 为L2正则化系数,用于防止模型过拟合; I_j 为与准则 g_j 存在交互关系的准则集合。

模型的决策变量包括二元变量 χ_{jk}^+ 和 χ_{jk}^- 以及连续变量 u 、 η^+ 和 η^- , χ_{jk}^+ 用于指示准则对 (j, k) 之间是否存在正交互作用, χ_{jk}^- 用于指示准则对 (j, k) 之间是否存在负交互作用, u 为主效应系数, η^+ 为正交互效应系数, η^- 为负交互效应系数。模型中各项约束具体含义如下。

约束1: 当 $\chi_{jk}^+ = 1$ 时,表示准则 g_j 与准则 g_k 存在正向交互作用,当 $\chi_{jk}^- = 1$ 时,表示准则 g_j 与准则 g_k 存在负向交互作用。

约束2: 确保同一准则对的交互方向具有互斥性,即两者不能同时存在正负向交互效应。

约束3: 仅当两个准则存在交互作用时,其对应的交互效应系数才能取非零值。

约束4: 保证模型的单调性,即当准则 g_j 的值从区间 v_j^{s-1} 提升至 v_j^s 时,主效应与交互效应对综合得分的联合边际增益不得为负。

约束5: 规定主效应系数和交互效应系数均为非负值。

约束6: 确保 $U(a)$ 满足归一化的要求,即当所有准则上的表现均达到最大值时,综合得分应为1。

上述优化模型 M_0 由于引入二元变量 χ_{jk}^+ 、 χ_{jk}^- ,本质上构成一个混合整数二次规划问题。当准则数量较多时,准则对组合的规模随之急剧扩大,模型复杂度呈指数级增长,难以在合理计算资源内高效求解^[17]。因此,需引入更加高效的策略,降低模型求解的复杂性,同时又能够有效识别显著的准则交互关系。

针对上述问题,本研究引入去偏LASSO回归方法作为数据驱动的变量筛选工具,用以识别在统计意义上显著的关键准则交互项。通过该方法,可避

免在优化模型中显式引入二元决策变量,从而将原模型转化为更易于求解的二次规划问题。具体建模与实现过程如下。

首先,对去偏LASSO回归所需变量进行定义。设训练数据集中包含 N 个方案,每个方案有 n 个评价准则,且每个准则划分为 γ 个子区间。定义以下列矩阵变量。

U^R 为训练集中所有方案的真实综合得分, $U^R \in \mathbb{R}^{N \times 1}$; X_M 为主效应对应的分段基函数矩阵,每列对应一个准则分段, $X_M \in \mathbb{R}^{N \times (n \times \gamma)}$; X_{INT} 为所有可能准则对之间的交互项特征矩阵,具体为任意两个准则的得分直接相乘, $X_{INT} \in \mathbb{R}^{N \times q}$, $q = \frac{n(n-1)}{2}$ 。

值得注意的是,该阶段的交互项特征矩阵未细化至每个子区间,而是以整体数值的乘积作为交互强度的粗略刻画。这一处理方式的动机在于,此阶段仅旨在识别准则对整体上是否存在显著交互效应,而非对交互关系进行细粒度刻画与建模。基于以上设定,构建标准LASSO回归模型^[32],即

$$\hat{\beta}^{\text{lasso}} = \underset{\beta}{\operatorname{argmin}} \left\{ \frac{1}{2N} \|U^R - \beta_M X_M - \beta_{INT} X_{INT}\|_2^2 + \lambda (\|\beta_M\|_1 + \|\beta_{INT}\|_1) \right\} \quad (16)$$

其中, $\hat{\beta}^{\text{lasso}}$ 为通过LASSO优化得到的回归系数估计向量; β_M 为主效应系数向量,由于主效应需完整纳入优化模型,无需进行筛选,因此不施加LASSO惩罚; β_{INT} 为交互项系数向量,施加LASSO惩罚以实现变量筛选; λ 为L1正则化系数,用于控制稀疏性与拟合精度之间的权衡。为保证模型在复杂度与预测性能之间取得平衡,本研究采用交叉验证方法选择 λ 。具体而言,首先在 $[\lambda_{\min}, \lambda_{\max}]$ 区间内生成一组候选值,并在该候选序列上依次进行 K 折交叉验证,计算预测误差,并选取使误差最小的 λ 作为最终模型的正则化系数。

通过(16)式可初步筛选出重要的交互项,但标准LASSO回归固有的L1正则倾向会导致交互项系数的估计结果 $\hat{\beta}_{INT}^{\text{lasso}}$ 存在明显偏差,具体表现为保留下的交互项系数被系统性压缩,未被保留的交互项其真实贡献被忽略^[33]。因此,直接使用(16)式输出的系数进行统计推断是不可靠的。为获得无偏、具备渐进正态性且可用于统计推断的估计结果,本研究采用去偏估计技术对标准LASSO方法所输出的交互项系数进行偏差修正^[34],修正后的去偏估计公式为

$$\hat{\beta}_{INT}^{\text{debias}} = \hat{\beta}_{INT}^{\text{lasso}} + M(X_{INT})^T \frac{U^R - \hat{\beta}_M^{\text{lasso}} X_M - \hat{\beta}_{INT}^{\text{lasso}} X_{INT}}{N} \quad (17)$$

其中, $\hat{\beta}_{INT}^{\text{debias}}$ 为去偏估计值; M 为设计矩阵 X_{INT} 的近似逆矩阵, $M = [(X_{INT})^T X_{INT} + \delta I_q]^{-1}$, δI_q 项用于增强数值稳定并确保矩阵可逆, $\delta > 0$ 为平稳化参数, I_q 为维度为 $q \times q$ 的单位矩阵。

需要指出的是,去偏LASSO回归的有效性依赖于对误差项的若干基本假设,即误差在样本间独立同分布,均值为零且具有有限方差。在本研究的设

定下,可满足以下条件:①样本为不同方案的指标得分,各方案相互独立,因此误差项可近似独立。②数据在计算过程中需经过中心化处理,从而保证误差零均值。③各准则得分具有固定取值范围,误差项自然满足有限方差条件。

由 (17) 式可获得所有准则对的去偏估计值 $\hat{\beta}_{\text{INT}}^{\text{debias}} = [\hat{\beta}_{1,1}^{\text{debias}}, \dots, \hat{\beta}_{j,k}^{\text{debias}}]^T$, 该估计值满足渐近服从正态分布,从而进一步进行显著性统计检验^[34]。具体而言,计算每个交互项对应的显著性水平 $p_{j,k}$,并据此构建显著正交互准则对集合 I^+ 和显著负交互准则对集合 I^- , $I^+ = \{(j,k) | p_{j,k} < 0.050, \hat{\beta}_{j,k}^{\text{debias}} > 0\}$, $I^- = \{(j,k) | p_{j,k} < 0.050, \hat{\beta}_{j,k}^{\text{debias}} < 0\}$ 。基于所构建的显著交互准则对集合 I^+ 和 I^- ,对原始模型 M_0 中的交互结构进行精确裁剪,使决策变量仅为连续变量 u 、 η^+ 和 η^- ,进而得到简化后的偏好学习模型 M_1 ,即

$$M_1: \min_{u, \eta^+, \eta^-} \sum_{a \in A^R} [u^T V(a) + (\eta^+)^T V^+(a) - (\eta^-)^T V^-(a) - U_a^R]^2 + C_1 (\|u\|_2^2 + \|\eta^+\|_2^2 + \|\eta^-\|_2^2)$$

$$\text{s.t.} \begin{cases} \chi_{j,k}^+ = 1, (j,k) \in I^+ \\ \chi_{j,k}^+ = 0, (j,k) \notin I^+ \\ \chi_{j,k}^- = 1, (j,k) \in I^- \\ \chi_{j,k}^- = 0, (j,k) \notin I^- \\ \eta_{j,k}^{+,s,t} \leq \chi_{j,k}^+ \eta_{j,k}^{+,s,t} \leq \chi_{j,k}^- \eta_{j,k}^{-,s,t} \\ \Delta u_j^s + \sum_{k \in I_j} \sum_{q=1}^n (\eta_{j,k}^{+,s,q} - \eta_{j,k}^{-,s,q}) \geq 0, \\ I_j = \{k \in \{1, \dots, n\} | (j,k) \in I^+ \cup I^-\} \\ u \geq 0, \eta^+ \geq 0, \eta^- \geq 0 \\ u^T \mathbf{1} + (\eta^+)^T \mathbf{1} - (\eta^-)^T \mathbf{1} = 1 \end{cases}$$

该二次规划模型能够有效估计各准则及交互项的边际效应,并据此生成每个方案的综合得分排序,但其本质仍属于点估计范式,忽略了模型参数本身的不确定性。在实际多准则决策中,由于训练样本有限、评价具有主观性,单一最优解所得到的排序可能存在不稳定性或敏感性^[20]。为此,本研究进一步引入贝叶斯推理框架,以刻画建模方案排序的不确定性。在该框架中,偏好学习模型所得到的边际效应值为构建先验分布提供结构信息,决定效用函数参数先验分布的支持域和稀疏性,实现由优化模型向概率建模的自然过渡。此外,似然函数的构建则依赖决策者提供的成对比较偏好信息,刻画决策者隐性知识对效用函数参数的支持强度。通过结构先验与似然函数联合建模的方式,使模型参数可以通过贝叶斯更新获得完整的后验分布,从而实现排序结果的不确定性量化和分析。

2.2 基于贝叶斯推理的排序方法

本部分将详细介绍贝叶斯建模框架的构建过程,包括先验分布的设计、似然函数的构建以及后验分布采样方法。

根据贝叶斯定理^[35],后验分布可表示为

$$P(u, \eta^+, \eta^- | Q) = \frac{P(u, \eta^+, \eta^-) P(Q | u, \eta^+, \eta^-)}{P(Q)} \quad (18)$$

其中, $P(u, \eta^+, \eta^-)$ 为主效用参数 u 和正、负交互项效

用参数 η^+ 、 η^- 的先验分布, $P(u, \eta^+, \eta^- | Q)$ 为主效用参数 u 和正、负交互项效用参数 η^+ 、 η^- 的后验分布, $P(Q | u, \eta^+, \eta^-)$ 为在给定 u 、 η^+ 和 η^- 时生成成对比较信息 Q 的似然函数, $P(Q)$ 为一个与参数无关的归一化常数。对于基于相对概率的采样方法而言, $P(Q)$ 不会影响参数推断的结果。因此,在本研究中采用成比例形式表示后验分布^[35],即

$$P(u, \eta^+, \eta^- | Q) \propto P(u, \eta^+, \eta^-) P(Q | u, \eta^+, \eta^-) \quad (19)$$

为简化联合建模过程,并结合偏好学习模型中主效应与交互项的结构分离设定,本研究假设主效用参数 u 与交互效用参数 η^+ 、 η^- 在先验上相互独立,即 $P(u, \eta^+, \eta^-) = P(u) P(\eta^+) P(\eta^-)$ 。因此,后验分布可表示为

$$P(u, \eta^+, \eta^- | Q) \propto P(u) P(\eta^+) P(\eta^-) P(Q | u, \eta^+, \eta^-) \quad (20)$$

2.2.1 先验分布

在先验建模中,仅将偏好学习模型中非零参数视为随机变量并进行概率建模,而不再考虑为零的参数。该策略的理论动因在于:若某个参数在偏好学习阶段被置零,表明其对综合效用函数的边际贡献可忽略,因此不纳入贝叶斯分析范围。同时,这种结构选择能够显著降低参数维度,提升采样效率并避免后验混合问题,从而增强排序不确定性的刻画稳定性和可解释性。

针对需要概率建模的部分,将主效应和交互项参数向量分别记作 u 、 η^+ 和 η^- ,对应维度为 K_u 、 K_{η^+} 和 K_{η^-} 。传统方法常采用定义在单位单纯形上的标准 Dirichlet 分布对边际效用进行概率建模,用于建模一组非负且归一的参数权重^[35]。然而,引入正负交互项后,主效用与正交互参数的和通常大于 1,因此不再满足标准 Dirichlet 分布的约束条件。为此,本研究采用更为灵活的缩放 Dirichlet 分布建模先验分布,其与标准 Dirichlet 分布的关键区别在于不再将参数总和固定为 1,而是将总和视为一个可自由变化的缩放因子^[36]。在本研究中,缩放因子即为主效应与交互效应参数的总和,分别记为 $S_u = u^T \mathbf{1}$ 、 $S_{\eta^+} = (\eta^+)^T \mathbf{1}$ 以及 $S_{\eta^-} = (\eta^-)^T \mathbf{1}$ 。这些缩放因子可将标准 Dirichlet 变量映射到原始参数空间,从而构建缩放 Dirichlet 分布。以主效用参数 u 为例,其缩放 Dirichlet 分布表示为

$$P(x_u) = \text{Dir}(x_u | \alpha_u) = \frac{1}{B(\alpha_u)} \prod_{i=1}^{K_u} (x_{u_i})^{\alpha_{u_i}-1} \quad (21)$$

其中, x_u 满足标准 Dirichlet 分布; x_{u_i} 为参数向量 x_u 中第 i 个分量,满足 $x_{u_i} \geq 0$,且 $\sum_{i=1}^{K_u} x_{u_i} = 1$; $\alpha_u = (\alpha_1, \dots, \alpha_{K_u})^T$ 为 Dirichlet 的分布参数,可基于参数 u ,按照最小分量归一化法求得,具体而言,记 u 中最小分量为 $u_{\min}$,并令其对应的分布参数 $\alpha_{\min} = 1$,则其余分量 u_i 的分布参数可按比例表示为 $\alpha_i = \frac{u_i}{u_{\min}}$,这种设定方式可确保 Dirichlet 分布的期望值与偏好学习阶段所得结构一致,即效用值越大,对应分布的期望值也越大,从而使后验推断更好地继承优化结果所揭示的显性知识结构; $B(\alpha_u)$ 为归一化因子,定义为 $B(\alpha_u) =$

$$\frac{\prod_{i=1}^{K_u} \Gamma(\alpha_i)}{\Gamma(\sum_{i=1}^{K_u} \alpha_i)}, \Gamma(\cdot) \text{ 为伽马函数。}$$

进一步地, 由于 $\mathbf{u}$ 和 $\mathbf{x}_u$ 满足双射变换 $\mathbf{x}_u = \frac{\mathbf{u}}{S_u}$, 根据概率密度变换公式, 可用 $\mathbf{x}_u$ 的密度函数表示 $\mathbf{u}$ 的密度函数^[37], 具体变换为

$$P(\mathbf{u}) = P(\mathbf{x}_u) |\det[J_g(\mathbf{u})]| \quad (22)$$

其中, $J_g(\mathbf{u})$ 为变换 $\mathbf{x}_u = \frac{\mathbf{u}}{S_u}$ 关于 $\mathbf{u}$ 的雅可比矩阵, $\det[J_g(\mathbf{u})]$ 为其行列式。

对于经典的归一化变换 $\mathbf{x}_u = \frac{\mathbf{u}}{S_u}$, 其雅可比行列式的绝对值为 $|\det[J_g(\mathbf{u})]| = \frac{1}{|(S_u)^{K_u-1}|}$ 。因此, $\mathbf{u}$ 的概率密度函数可表示为

$$P(\mathbf{u}) = \frac{1}{|(S_u)^{K_u-1}|} P(\mathbf{x}_u) = \frac{1}{|(S_u)^{K_u-1}| B(\alpha_u)} \prod_{i=1}^{K_u} (x_{ui})^{\alpha_i-1} \quad (23)$$

同理, $\boldsymbol{\eta}^+$ 和 $\boldsymbol{\eta}^-$ 的概率密度函数可表示为

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\eta}^+ &= S_{\eta^+} \cdot \mathbf{x}_{\eta^+}, \quad P(\boldsymbol{\eta}^+) = \frac{1}{|(S_{\eta^+})^{K_{\eta^+}-1}|} P(\mathbf{x}_{\eta^+}) \\ &= \frac{1}{|(S_{\eta^+})^{K_{\eta^+}-1}| B(\alpha_{\eta^+})} \prod_{i=1}^{K_{\eta^+}} (x_{\eta^+}^i)^{\alpha_i-1} \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\eta}^- &= S_{\eta^-} \cdot \mathbf{x}_{\eta^-}, \quad P(\boldsymbol{\eta}^-) = \frac{1}{|(S_{\eta^-})^{K_{\eta^-}-1}|} P(\mathbf{x}_{\eta^-}) \\ &= \frac{1}{|(S_{\eta^-})^{K_{\eta^-}-1}| B(\alpha_{\eta^-})} \prod_{i=1}^{K_{\eta^-}} (x_{\eta^-}^i)^{\alpha_i-1} \end{aligned} \quad (25)$$

通过使用缩放 Dirichlet 分布建模主效应和交互项参数, 不仅能自然满足非负性约束, 还具备两个显著优点: ①可根据后验采样阶段的先验变化自由调整缩放因子, 刻画主效应与交互项参数总和的不确定性; ②可通过设置参数 α_i 灵活构建不同的先验信念, 进一步体现偏好学习模型在贝叶斯推理中的结构性引导作用。

算例说明: 以准则 g_1, g_2, g_3 为例, 假设主效应的先验目标值为 $\mathbf{u} = (0.200, 0.300, 0.400)$; g_1 与 g_2 存在正向交互, 先验目标强度 $\boldsymbol{\eta}^+ = (0.200)$; g_1 与 g_3 存在负向交互, 先验目标强度 $\boldsymbol{\eta}^- = (-0.100)$ 。主效应总强度 $S_u = 0.900$, 令 $\mathbf{x}_u = \frac{\mathbf{u}}{S_u} = (\frac{2}{9}, \frac{3}{9}, \frac{4}{9})$, $P(\mathbf{x}_u) = \text{Dir}(\mathbf{x}_u | \alpha_u)$ 。按照最小分量归一化法, 取 $u_{\min} = 0.200$ 、 $\alpha_{\min} = 1$, 其余分量按比例缩放, 得 $\alpha_u = (1, 1.500, 2)$, 从而保证先验均值与目标比例一致。由 (23) 式可得主效应的先验分布 $P(\mathbf{u}) = \frac{\text{Dir}(\mathbf{x}_u | \alpha_u)}{(0.900)^{3-1}}$ 。同理计算交互项的先验分布 $P(\boldsymbol{\eta}^+)$ 和 $P(\boldsymbol{\eta}^-)$, 由于两个交互项仅含一项, Dirichlet 分布退化为点质量 $P(\boldsymbol{\eta}^+) = P(\boldsymbol{\eta}^-) = 1$, 即交互项强度的先验强度分别为固定常数 0.200 和 -0.100。

2.2.2 构建似然函数

本研究进一步在贝叶斯推理框架下, 基于成对比较偏好信息构建似然函数。具体而言, 决策者通过对方案对之间的比较表达其偏好, 如判断“方案 a 优于方案 b ”。这些成对偏好反馈作为模型的观测数据, 用于刻画两方案之间的相对效用差异。假设共收集

p 条成对比较信息, 记作集合 $Q = \{q_1, q_2, \dots, q_p\}$, 每条成对比较信息 $q_d: a_d^{(1)} > a_d^{(2)}$, 表示方案 $a_d^{(1)}$ 优于 $a_d^{(2)}$ 。在实际多准则决策过程中, 决策者由于认知局限, 往往无法对所有方案对给出偏好判断, 因此集合 Q 仅包含有限的偏好信息; 若某一方案对未提供比较, 则无需出现在集合 Q 中。在给定模型参数的条件下, 其对应的似然函数可表示为

$$P(Q | \mathbf{u}, \boldsymbol{\eta}^+, \boldsymbol{\eta}^-) = \prod_{d=1}^p P(q_d: a_d^{(1)} > a_d^{(2)} | \mathbf{u}, \boldsymbol{\eta}^+, \boldsymbol{\eta}^-) \quad (26)$$

其中, $P(q_d: a_d^{(1)} > a_d^{(2)} | \mathbf{u}, \boldsymbol{\eta}^+, \boldsymbol{\eta}^-)$ 为在给定参数的条件下, 第 d 次成对比较 q_d 中方案 $a_d^{(1)}$ 优于 $a_d^{(2)}$ 的概率, 该概率可由 Logistic 函数建模^[25], 即

$$\begin{aligned} P(q_d: a_d^{(1)} > a_d^{(2)} | \mathbf{u}, \boldsymbol{\eta}^+, \boldsymbol{\eta}^-) &= \frac{\exp[U(a_d^{(1)})]}{\exp[U(a_d^{(1)})] + \exp[U(a_d^{(2)})]} \\ &= \frac{1}{1 + \exp\{-[U(a_d^{(1)}) - U(a_d^{(2)})]\}} \end{aligned} \quad (27)$$

其中, $U(a_d^{(1)})$ 为方案 $a_d^{(1)}$ 的效用值, $U(a_d^{(2)})$ 为方案 $a_d^{(2)}$ 的效用值, $U(a_d^{(1)})$ 和 $U(a_d^{(2)})$ 的计算方法见 (15) 式。

算例说明: 设 3 个方案的综合效用为 $U(a) = 0.800$, $U(b) = 0.500$, $U(c) = 0.200$ 。假设决策者提供的偏好信息为 $a > c$, $b > c$, $c > a$ 。根据 (27) 式可得成对比较的似然为 $P(a > c) = 0.646$, $P(b > c) = 0.574$, $P(c > a) = 0.354$ 。

对比 $P(a > c)$ 与 $P(b > c)$ 可发现, 当两方案的效用差更大时, 被偏好的概率更高, 反映了概率值与效用差之间的单调对应关系; 对比 $P(a > c)$ 和 $P(c > a)$ 可以发现, 即便存在与效用差矛盾的比较, 似然函数也会通过赋予较低概率降低其在贝叶斯更新中的权重, 从而实现对冲突信息的吸收和平衡。上述特性体现了概率化建模相对于传统确定性方法的重要优势。

2.2.3 基于 HAR-MH 方法的后验分布采样

由于本研究构建的先验分布与似然函数不具有共轭性, 导致后验分布无闭合解析形式, 因此需采用马尔科夫链蒙特卡洛 (Markov chain monte carlo, MCMC) 方法对模型参数进行后验推断^[37]。由于模型参数较多, 且存在归一化和单调性等线性约束条件, 使后验分布被定义在一个高维且结构复杂的凸集可行域中。为此, 本研究采用 hit-and-run (HAR) 算法与 metropolis-hastings (MH) 算法结合的混合采样框架^[38], 提升采样效率并增强约束空间下的搜索能力^[39]。具体采样过程如下。

步骤 1: 定义参数的可行域约束空间。根据模型结构, 将主效应和交互项参数的非负性、单调性以及归一化条件形式化为一组线性等式和不等式, 构成 HAR 的采样区域, 即

$$\begin{cases} 0 < \mathbf{u} < 1 \\ 0 < \boldsymbol{\eta}^+ < 1 \\ 0 < \boldsymbol{\eta}^- < 1 \\ \Delta u_j^s + \sum_{k \in I_j} \sum_{q=1}^t (\eta_{jk}^{+,s,q} - \eta_{jk}^{-,s,q}) \geq 0 \\ \mathbf{u}^T \mathbf{1} + (\boldsymbol{\eta}^+)^T \mathbf{1} - (\boldsymbol{\eta}^-)^T \mathbf{1} = 1 \end{cases} \quad (28)$$

$$\rho = \min\left\{1, \frac{(S_{old}^u)^{K_u-1} (S_{old}^{\eta^+})^{K_{\eta^+}-1} (S_{old}^{\eta^-})^{K_{\eta^-}-1} \text{Dir}(\mathbf{u}_{new}|\alpha_{\cdot u}) \text{Dir}(\boldsymbol{\eta}_{new}^+|\alpha_{\cdot \eta^+}) \text{Dir}(\boldsymbol{\eta}_{new}^-|\alpha_{\cdot \eta^-}) \prod_{d=1}^p \frac{\exp[U_{new}(a_d^{(1)})]}{\exp[U_{new}(a_d^{(1)})] + \exp[U_{new}(a_d^{(2)})]}}{(S_{new}^u)^{K_u-1} (S_{new}^{\eta^+})^{K_{\eta^+}-1} (S_{new}^{\eta^-})^{K_{\eta^-}-1} \text{Dir}(\mathbf{u}_{old}|\alpha_{\cdot u}) \text{Dir}(\boldsymbol{\eta}_{old}^+|\alpha_{\cdot \eta^+}) \text{Dir}(\boldsymbol{\eta}_{old}^-|\alpha_{\cdot \eta^-}) \prod_{d=1}^p \frac{\exp[U_{old}(a_d^{(1)})]}{\exp[U_{old}(a_d^{(1)})] + \exp[U_{old}(a_d^{(2)})]}}\right\} \quad (29)$$

步骤2: 生成初始样本。在约束空间中利用 HAR 采样器随机生成一个满足约束条件的初始样本 $(\mathbf{u}_0, \boldsymbol{\eta}_0^+, \boldsymbol{\eta}_0^-)$ 作为马尔科夫链的起点。

步骤3: HAR 采样生成候选样本。使用 HAR 算法在约束空间中提出新的候选样本 $(\mathbf{u}_{new}, \boldsymbol{\eta}_{new}^+, \boldsymbol{\eta}_{new}^-)$, 即在当前样本点附近沿随机方向进行投影, 并根据可行域边界构建截断步长, 生成满足约束条件的候选样本。

步骤4: 基于后验密度计算接受概率。比较候选样本与当前样本的后验概率密度, 计算其接受概率, 见 (29) 式。其中, ρ 为候选样本的接受概率; old 和 new 分别为马尔科夫链的当前参数样本和由 HAR 算法生成的候选参数样本, 其余符号含义与前文一致。

步骤5: 判断是否接受并更新样本。生成一个 $[0, 1]$ 的随机数 Z , 若 $Z < \rho$, 则接受候选样本并更新当前样本, 同时将该样本储存至后验样本集合 S_{post} 中; 否则拒绝候选样本, 保留当前样本不变。

步骤6: 检查终止条件。当后验样本集合 S_{post} 中的样本达到设定阈值 N 时, 终止采样并输出集合 $S_{post} = \{(\mathbf{u}^{(t)}, \boldsymbol{\eta}^{+(t)}, \boldsymbol{\eta}^{-(t)})\}_{t=1}^N$; 否则返回步骤3继续迭代。其中, 上标 (t) 表示后验样本序号, $\mathbf{u}^{(t)}, \boldsymbol{\eta}^{+(t)}, \boldsymbol{\eta}^{-(t)}$ 分别表示第 t 个后验样本中的主效应参数向量、正交互效应参数向量和负交互效应参数向量, 其具体含义同前。

通过上述 HAR-MH 混合采样方法, 可获取满足线性约束的后验样本, 进而利用这些样本估计方案排序的不确定性。具体而言, 若马尔科夫链在 M 个样本后达到收敛状态, 记收敛后的后验样本序列为 $\{(\mathbf{u}^{(M+1)}, \boldsymbol{\eta}^{+(M+1)}, \boldsymbol{\eta}^{-(M+1)}), \dots, (\mathbf{u}^{(N)}, \boldsymbol{\eta}^{+(N)}, \boldsymbol{\eta}^{-(N)})\}$, 每个样本均对应一个完整的效用函数参数组合与一组排序结果。基于 $(N-M)$ 个有效样本, 即可获得 $(N-M)$ 种排序结果, 从而对排序不确定性进行量化评估。具体而言, 可计算备选方案 a_i 处于排名 r 的相对概率, 即排名可接受性指数 (rank acceptability index, RAI) 为

$$RAI(a_i, r) = \frac{1}{N-M} \sum_{t=1}^{N-M} \mathbb{I}[\text{rank}^{(t)}(a_i) = r] \quad (30)$$

若第 t 个样本中方案 a_i 被排在 r 位, 则指示函数 $\mathbb{I}[\cdot]$ 取值为 1, 否则取值为 0。RAI 反映了在参数不确定性下, 不同方案在各排名位置上出现的相对概率。

进一步地, 为揭示方案间的相对优势结构, 可基于同一组样本构建成对超越指数 (pairwise outranking index, POI), 用于测量方案 a_i 超越方案 a_j 的概率, 其计算形式为

$$POI(a_i, a_j) = \frac{1}{N-M} \sum_{t=1}^{N-M} \mathbb{I}[\text{rank}^{(t)}(a_i) > \text{rank}^{(t)}(a_j)] \quad (31)$$

若第 t 个样本中方案 a_i 的排名优于 a_j , 则指示函数 $\mathbb{I}[\cdot]$ 取值为 1, 否则取值为 0。POI 的值越大, 说明 a_i 相对于 a_j 在多数采样排序中更占优势。

2.3 研究方法流程概述

本研究所提出的方法整体流程可概括为 4 个主要阶段。

第1阶段: 输入数据准备阶段。收集参考方案在各评价准则下的绩效向量集合, 并确定参考方案的综合得分集合, 为后续偏好学习模型的构建提供基础数据支撑。

第2阶段: 偏好学习模型构建阶段。利用去偏 LASSO 回归方法识别显著的准则交互项, 在此基础上, 构建融合主效应与交互效应的分段线性偏好学习模型。

第3阶段: 贝叶斯价值函数模型后验分布构建阶段。依据偏好学习模型所提供的先验信息构建先验分布, 同时结合决策者提供的成对比较偏好信息构建似然函数, 再通过贝叶斯推理框架推导出价值函数模型的后验分布。

第4阶段: 排序结果推导阶段。利用 HAR-MH 马尔科夫蒙特卡洛采样方法, 从价值函数模型后验分布中抽取样本, 以量化排序结果的不确定性。最终通过备选方案的排名可接受性指数 RAI 和成对超越指数 POI, 对排序结果的稳健性和判别性进行综合分析和解释。

3 算例分析

本研究选取 QS2024 世界大学排名数据作为实际算例, 采用本研究提出的排序方法对世界大学的学术声誉进行排名, 评价准则包括教师人均引用数 g_1 、国际研究网络 g_2 、国际教师占比 g_3 、国际学生占比 g_4 、师生比 g_5 共 5 个指标。剔除含有缺失值的记录后, 在 QS 世界大学排名网站中共获得 1 390 个有效样本数据, 从中随机选择 15 个样本用于排序任务, 剩余 1 375 个样本作为训练集, 15 所待排名的大学信息见表 1。针对这 15 所大学, 决策者给出的成对比较信息为 $UPO > APU$ 、 $AMU > LUHK$ 、 $WU > MIPT$ 。

首先, 对原始数据中各评价指标进行最小-最大标准化处理, 将所有指标的取值范围统一到 $[0, 1]$ 区间内, 利用分段线性函数描述各准则的非线性边际效用结构, 并采用交叉验证法确定最优分段数 γ_j 。具体而言, 将归一化后的数据集随机划分为训练集 (占 70%) 和验证集 (占 30%), 在不同的分段数设定下进行 100 轮训练-验证实验, 最终选取在验证集上 R^2 值最大的分段数作为最终模型的设定。当 $\gamma_j = 4$ 时, 模型的平均 R^2 值达到最大, 故采用四段划分策略。

表1 备选方案在各评价准则上的表现数据
Table 1 Performance Data of the Alternatives Across Evaluation Criteria

名称	g_1	g_2	g_3	g_4	g_5
WU	93.400	81.500	99.800	49.500	3.300
AUB	28.900	73.100	63.200	37	48.500
BNU	92.600	70.800	6.600	21.300	24.200
UPO	59.600	95.100	6.600	19.800	10.800
NUST	14.500	73.600	4.300	4	68.800
XMU	72.200	62.600	5.100	3.100	19
NSU	9.500	56.500	6.300	57	91
MIPT	12	41.700	31.100	45.500	94.600
AMU	21.700	99.100	17.500	18.200	7.900
APU	1.600	6.800	92	100	62.200
BAU	3.300	28	88.500	48.200	19.100
LUHK	11	15.600	100	98.900	13.900
VIT	18.900	76.900	8.900	2.900	7.300
UPES	3.400	56.900	18.200	1.200	39.500
SBU	33.300	64.700	1.600	1.600	4.100

随后,采用去偏 LASSO 回归方法筛选出在统计意义上显著的准则交互项,各交互项系数和显著性水平见表2。

基于表2可得到显著正交互准则对集合 $I^+ = \{(1,2), (1,4), (1,5), (2,4), (2,5)\}$ 和显著负交互准则对集合 $I^- = \{(2,3)\}$ 。在确定显著交互项后,求解优化模型 M_1 可得各评价指标不同分段的边际效用和各显著交互项系数,即

$$\begin{aligned}
 U(a) = & 0.043 \cdot v_1^2(a) + 0.020 \cdot v_2^2(a) + 0.035 \cdot v_3^2(a) + \\
 & 0.124 \cdot v_4^2(a) + 0.013 \cdot v_5^1(a) + 0.059 \cdot v_5^1(a) + \\
 & 0.025 \cdot v_1^2(a)v_2^2(a) + 0.030 \cdot v_1^3(a)v_2^2(a) + \\
 & 0.011 \cdot v_1^3(a)v_2^2(a) + 0.136 \cdot v_1^4(a)v_2^1(a) + \\
 & 0.044 \cdot v_1^4(a)v_2^2(a) + 0.006 \cdot v_1^1(a)v_4^2(a) + \\
 & 0.032 \cdot v_1^1(a)v_4^4(a) + 0.017 \cdot v_1^2(a)v_4^4(a) + \\
 & 0.050 \cdot v_1^1(a)v_5^3(a) + 0.097 \cdot v_1^2(a)v_5^2(a) + \\
 & 0.011 \cdot v_1^3(a)v_5^1(a) + 0.032 \cdot v_1^4(a)v_5^1(a) + \\
 & 0.094 \cdot v_2^2(a)v_4^4(a) + 0.035 \cdot v_2^4(a)v_4^4(a) + \\
 & 0.016 \cdot v_2^2(a)v_5^1(a) + 0.010 \cdot v_3^2(a)v_5^1(a) + \\
 & 0.073 \cdot v_2^3(a)v_5^3(a) - 0.013 \cdot v_2^1(a)v_3^1(a) \quad (32)
 \end{aligned}$$

其中, $v_j^s(a)$ 为方案 a 在准则 g_j 上第 s 个分段对应的基函数值;乘积项 $v_j^s(a)v_k^t(a)$ 为准则 g_j 的第 s 个分段与准则 g_k 的第 t 个分段之间的交互特征。

在此基础上,结合决策者提供的偏好比较信息,基于贝叶斯推理进行模型参数的后验分布更新,采用 HAR-MH 采样方法实现参数的后验抽样和推断。在抽样过程中,共采样 10 500 个后验样本,前 500 个

样本用于评估马尔科夫链的收敛性。为此,绘制偏好模型对数后验概率的轨迹图和自相关系数图,见图1和图2。轨迹图反映了每次迭代中对数后验概率的变化趋势,3条不同初始状态下生成的马尔科夫链轨迹没有明显趋势,且彼此充分混合。这表明采样过程已经遗忘了初始状态,达到了稳态分布^[40]。自相关系数图进一步验证了这一结论,随着滞后期数的增加,对数后验概率的自相关系数逐渐下降并趋近于零^[40]。这些结果表明,所构建的马尔科夫链在前500次迭代内已经基本达到收敛,因此保留的后10 000个后验样本可视为稳定分布下的有效样本,可用于后续排序推断分析。根据(30)式和(31)式可计算反映排序稳定性的排名可接受性指数 RAI 和反映排序差异性的成对超越指数 POI,具体结果见表3和表4。

表3给出各方案在不同排名位置出现的概率分布 RAI,能够反映排序结果的稳健性和不确定性。WU 在第1名的概率高达 95.510%,BNU 在第2名的概率为 91.930%,表明两所大学在排序中优势显著,几乎不存在不确定性。UPO 排名整体靠前,但在第3名与第4名之间存在一定波动。NSU 在第4名与第6名区间分布较为分散,体现出一定不确定性。相比之下,XMU、NUST、MIPT、AMU 等学校分布在多个名次区间,呈现多峰特征,说明排序稳定性较弱。末端的 VIT、SBU、UPES、BAU、LUHK、APU 等学校高度集中在第9名以后,特别是 APU 排在倒数第1名的概率为 98.920%,其劣势地位十分稳定。

表4给出各方案之间的成对超越概率 POI,揭示

表2 去偏LASSO回归结果
Table 2 Results of the Debiased LASSO Regression

交互项	去偏LASSO回归系数	p值
$g_1 \cdot g_2$	0.493	< 0.001
$g_1 \cdot g_3$	-0.128	0.067
$g_1 \cdot g_4$	0.198	0.006
$g_1 \cdot g_5$	0.313	< 0.001
$g_2 \cdot g_3$	-0.196	0.002
$g_2 \cdot g_4$	0.248	< 0.001
$g_2 \cdot g_5$	0.162	0.004
$g_3 \cdot g_4$	-0.009	0.884
$g_3 \cdot g_5$	-0.037	0.532
$g_4 \cdot g_5$	0.081	0.180

注：黑体数据为相应交互项在5%水平上显著。

了方案之间的相对优势结构。WU与BNU在与其他所有学校的比较中胜率均接近100%，体现出压倒性优势。UPO也表现出明显优势，仅在与AUB的比较中胜率为75.700%，说明其整体实力稳固，但在局部存在竞争。AUB、NSU和XMU在与低层学校的比较中胜率接近100%，但相互之间优势不够明显，内部排序存在不确定性。NUST、MIPT、AMU等学校的胜率

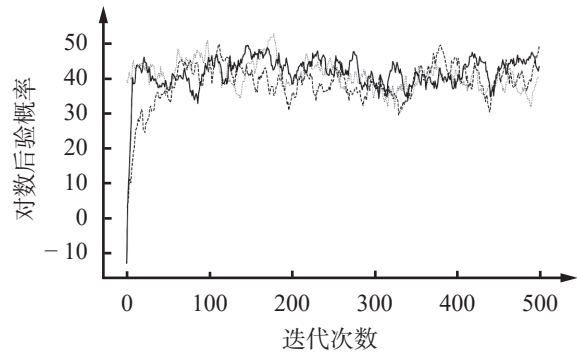


图1 前500次迭代对数后验概率轨迹
Figure 1 Trace Plot of the Logarithmic Posterior Probability from the First 500 Iterations

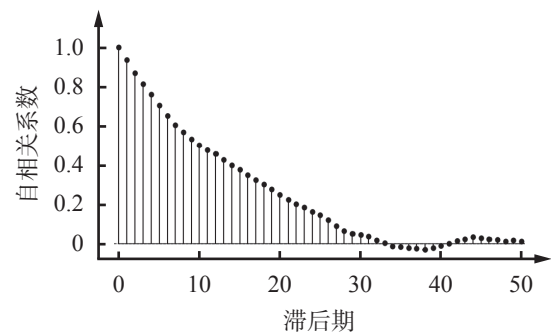


图2 对数后验概率的自相关系数
Figure 2 Autocorrelation Coefficients of the Logarithmic Posterior Probability

表3 基于本研究方法的RAI结果
Table 3 RAI Results Based on the Proposed Method

排名	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	期望排名
WU	0.955	0.045														1.050
BNU	0.077	0.919	0.004													1.937
UPO		0.004	0.751	0.226	0.018	0.001										3.263
AUB			0.240	0.444	0.266	0.046	0.003	0.001								4.135
NSU				0.298	0.456	0.238	0.007	0.001								4.969
XMU			0.004	0.030	0.241	0.611	0.079	0.032	0.003							5.842
NUST					0.006	0.052	0.515	0.392	0.035							7.408
MIPT				0.010	0.011	0.041	0.305	0.430	0.213							7.790
AMU				0.001	0.003	0.011	0.090	0.146	0.728	0.021						8.654
VIT									0.021	0.743	0.200	0.036				10.256
SBU										0.234	0.723	0.042	0.001			10.811
UPES										0.002	0.044	0.824	0.111	0.018	0.001	12.109
BAU											0.033	0.095	0.831	0.039	0.002	12.885
LUHK													0.056	0.933	0.011	13.923
APU													0.001	0.010	0.989	14.998

表 4 基于本研究方法的 POI 结果
Table 4 POI Results Based on the Proposed Method

变量	WU	BNU	UPO	AUB	NSU	XMU	NUST	MIPT	AMU	VIT	SBU	UPES	BAU	LUHK	APU
WU		0.955	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
BNU	0.045		0.996	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
UPO	0	0.004		0.757	0.999	0.982	1	1	0.999	1	1	1	1	1	1
AUB	0	0	0.243		0.696	0.947	0.997	0.988	1	1	1	1	1	1	1
NSU	0	0	0	0.304		0.754	0.991	1	0.995	1	1	1	1	1	1
XMU	0	0	0.018	0.053	0.246		0.927	0.936	0.982	1	1	1	1	1	1
NUST	0	0	0	0.003	0.009	0.073		0.636	0.881	1	1	1	1	1	1
MIPT	0	0	0	0.012	0	0.064	0.364		0.766	1	1	1	1	1	1
AMU	0	0	0.001	0	0.005	0.018	0.119	0.234		0.979	1	1	1	1	1
VIT	0	0	0	0	0	0	0	0	0.021		0.765	0.964	1	1	1
SBU	0	0	0	0	0	0	0	0.040	0.000	0.235		0.989	0.967	0.999	1
UPES	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.036	0.011		0.871	0.981	0.999
BAU	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.033	0.129		0.959	0.998
LUHK	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.120	0.019	0.041		0.991
APU	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.001	0.002	0.009	

分布则呈现更高的不确定性。后端的 VIT、SBU、UPES、BAU、LUHK、APU 胜率普遍偏低,进一步验证了其在整体排序中的劣势。

本研究在概率结果的基础上进一步计算了期望排名,并据此得到一个确定性的排序结果。期望名次定义为 $\mathbb{E}[\text{rank}(a_i)] = \sum_{r=1}^{15} r \cdot \text{RAI}(a_i, r)$, 其中 $\text{RAI}(a_i, r)$ 为方案 a_i 排在第 r 名的概率。由表 3 的结果可得最终的排序为 $\text{WU} > \text{BNU} > \text{UPO} > \text{AUB} > \text{NSU} > \text{XMU} > \text{NUST} > \text{MIPT} > \text{AMU} > \text{VIT} > \text{SBU} > \text{UPES} > \text{BAU} > \text{LUHK} > \text{APU}$ 。这一确定性排序仅作为排序参考,表 3 和表 4 提供的概率分布结果更能够反映排序中的不确定性和方案之间的相对优势。

4 比较分析

4.1 基于显性知识的偏好学习模型性能对比

本部分旨在系统评估所提出的偏好学习模型在多个公共数据集上的预测性能,并与两类代表性方法进行对比:其一是经典的加性值偏好学习模型 UTADIS,该方法通过最小化参考方案的总误差来估计加性值函数,并借助后最优性分析探索多个近似最优解,最终通过求解空间中的平均权重向量构建稳健的偏好模型^[41];其二是 LIU et al.^[17] 提出的偏好学习模型,其在加性值函数框架中引入准则交互项,通过凸二次规划建模提升模型对复杂准则依赖关系的表达能力,是当前考虑交互效应的典型方法。

实验数据集涵盖来自 University of California Irvine

和 Kaggle 机器学习数据库的 5 个数据集,数据集名称和特征描述见表 5。所选的数据集涵盖小样本至大样本 (334 ~ 20 640) 及低维至高维 (8 ~ 28) 的准则结构,能够充分检验模型的可扩展性和稳健性。数据预处理阶段剔除缺失和冗余属性,并确保所有准则满足单调性假设,从而转化为标准的回归式偏好学习问题。

表 5 实验数据集及其特征描述
Table 5 Experimental Datasets and Feature Descriptions

数据集	样本数量	评价准则数量
California Housing (CH)	20 640	9
Energy Efficiency (EE)	768	8
Boston Housing (BH)	334	13
Concrete Compressive Strength (CCS)	1 030	8
Credit Card (CC)	20 000	28

模型预测能力评估采用平均绝对误差 MAE 、均方根误差 $RMSE$ 和决定系数 R^2 等 3 类常见指标。 MAE 用于测量预测值与真实值之间的平均偏差大小, $RMSE$ 强调模型在面对大误差时的稳定性表现,而 R^2 则反映模型对因变量变异的解释程度。每个模型在每个数据集上重复进行 100 次五折交叉验证,统计预

测性能的均值和标准差,结果见表6。此外,采用配对单尾t检验判断各方法之间的差异显著性,结果汇总见表7。

实验结果表明,本研究提出的模型在绝大多数场景中显著优于UTADIS和LIU et al.^[17]的模型。与UTADIS的比较结果表明,其在所有数据集和指标上均取得统计显著优势,表明本方法在处理高维或大样本情形下具有更强的结构稳健性。与LIU et al.^[17]模型的比较中,本研究的方法在多数场景中亦取得更优表现,特别是在复杂准则间关系显著的数据集上,其优势更加明显。总体而言,本研究提出的偏好学习模型通过去偏LASSO回归和显著交互建模,有效提升了多准则偏好学习的表达能力和泛化能力,具备良好的实用价值和理论推广潜力。

4.2 基于隐性知识的多准则排序方法比较

本部分旨在评估所提出的排序方法在处理不确定偏好信息时的表现,重点关注其在排序稳定性、不确定性和可解释性等方面的优势。为此,选择当前多准则排序领域中广泛使用的SOR方法作为对比基准^[21]。SOR方法通过对偏好约束定义的可行解空间进行均匀采样,进而估计各备选方案在不同排序位置的出现概率及方案间的成对优越性。基于算例部分设定的评价准则和备选方案,在可行域内均匀抽取10 000个样本,计算SOR方法下的RAI和POI,并将其与本研究方法得到的结果进行对比,据此系统比较两种方法在排序稳健性、判别性和不确定性量化等方面的表现。基于SOR方法的RAI结果见表8,

POI结果见表9。

首先,从RAI数值层面进行局部比较,对比表3与表8可知,本研究方法在优胜方案和中后位方案的排序集中性上均显著提升。以前3名方案为例,WU、BNU、UPO分别在第1名、第2名、第3名位置上的RAI达到95.500%、91.900%和75.100%,比SOR方法对应的92.300%、66.300%和51.300%分别提高了3.200%、25.600%和23.800%。这一趋势在中后位方案(如VIT、SBU、UPES、BAU、LUHK、APU)中同样显著,本方法能够在特定排名上聚集超过70%的概率取值,大幅压缩排序区间的不确定性。

其次,RAI曲线图的整体趋势比较,见图3和图4。基于本研究方法绘制的RAI曲线在排名前位呈现出更陡峭的下降趋势,优胜方案迅速聚焦在顶部位置;而中后位方案的RAI值快速归零,曲线波动幅度较小,排序输出呈现出高集中性和一致性。相比之下,SOR方法的RAI曲线下降平缓,长尾效应明显,部分方案在多个排名区间存在较大分布概率,排序结果的不确定性和模糊性显著增加。

进一步地,从POI角度分析,比较表4与表9可知,本研究方法同样展现出更优的判别能力。采用本研究方法生成的POI值更加接近于0或1,形成鲜明的成对优势关系。例如,UPO超越AUB的概率达到75.700%,NSU超越XMU的概率为75.400%,而对应的SOR方法下仅为62.200%和54.400%。此外,采用本研究方法生成POI热力图,见图5。由图5可知,呈现出明显的对角线主导结构,方案间的成对比较结

表6 三种偏好学习模型在5个数据集上的预测性能

Table 6 Predictive Performance of Three Preference Learning Models on Five Datasets

数据集	指标	UTADIS	LIU et al. ^[17]	本研究方法
CH	MAE	0.122 ± 0.002	0.097 ± 0.002	0.093 ± 0.002
	RMSE	0.162 ± 0.002	0.135 ± 0.003	0.130 ± 0.003
	R ²	0.537 ± 0.009	0.680 ± 0.010	0.700 ± 0.009
EE	MAE	0.073 ± 0.005	0.044 ± 0.003	0.033 ± 0.002
	RMSE	0.098 ± 0.007	0.057 ± 0.003	0.047 ± 0.002
	R ²	0.852 ± 0.018	0.951 ± 0.005	0.967 ± 0.003
BH	MAE	0.082 ± 0.010	0.065 ± 0.009	0.057 ± 0.008
	RMSE	0.123 ± 0.027	0.091 ± 0.020	0.079 ± 0.016
	R ²	0.615 ± 0.150	0.792 ± 0.069	0.846 ± 0.044
CCS	MAE	0.086 ± 0.002	0.072 ± 0.005	0.070 ± 0.006
	RMSE	0.110 ± 0.004	0.092 ± 0.005	0.090 ± 0.006
	R ²	0.719 ± 0.028	0.802 ± 0.019	0.814 ± 0.019
CC	MAE	0.010 ± 0.001	0.001 ± 0.001	0.001 ± 0.001
	RMSE	0.021 ± 0.002	0.004 ± 0.001	0.004 ± 0.001
	R ²	0.361 ± 0.584	0.978 ± 0.004	0.982 ± 0.003

表 7 不同方法性能差异的单尾配对 t 检验结果
Table 7 Results of One-Tailed Paired t-Tests Assessing
Performance Differences Between Methods

数据集	指标	比较 I	比较 II
CH	MAE	< 0.001*	< 0.001*
	RMSE	< 0.001*	< 0.001*
	R ²	< 0.001*	< 0.001*
EE	MAE	< 0.001*	0.001*
	RMSE	< 0.001*	0.001*
	R ²	< 0.001*	0.001*
BH	MAE	< 0.001*	0.002*
	RMSE	0.002*	0.005*
	R ²	0.006*	0.008*
CCS	MAE	< 0.001*	0.039*
	RMSE	< 0.001*	0.012*
	R ²	< 0.001*	0.013*
CC	MAE	< 0.001*	< 0.001*
	RMSE	< 0.001*	0.025*
	R ²	0.001*	0.030*

注: 比较 I 为本研究与 UTADIS 的比较结果; 比较 II 为本研究与 LIU et al.^[17] 的比较结果; *为在 5% 水平上显著。

果明显集中在胜负两极, 判别边界清晰; 采用 SOR 方法生成的 POI 热力图见图 6, 与图 5 相比可知, 更多集中在 40% ~ 60% 的中间区间, 判别模糊, 优劣关系难以明确。

上述排序具有集中性和判别性优势, 从方法机理层面亦可得到进一步解释。本研究方法在建模阶段系统引入准则间的正负交互项建模和正则化约束, 有效增强模型对复杂准则依赖结构的表达能力。在采样阶段, 采用融合单调性、正负交互及总和归一性等结构性先验约束的贝叶斯受限采样机制, 显著压缩可行参数空间的自由度, 使采样结果高度集中于符合实际偏好逻辑的区域。这种优化建模与采样策略共同作用, 促使排序结果在不同排名位置上表现出更高的集中性和置信度。相比之下, 传统 SOR 方法仅基于原始偏好约束均匀采样, 缺乏对显性结构信息与隐性结构信息的整合, 导致采样结果分散, 排序输出模糊性强, 置信区分度低。

综上所述, 本研究提出的排序方法在排序不确定性量化方面显著优于传统的 SOR 方法。通过加性结构建模、交互项引入和受限贝叶斯采样三重机制, 本研究的方法能够在有限偏好信息条件下, 系统提升优胜方案识别置信度和排序清晰性, 为复杂决策环境下的多准则排序任务提供了更加可靠且可解释的决策支持工具。

5 结论

本研究针对多准则排序问题中显性知识与隐性

表 8 基于 SOR 方法的 RAI 结果
Table 8 RAI Results Based on the SOR Method

排名	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	期望排名
WU	0.923	0.038	0.015	0.015	0.005	0.003	0.001									1.154
BNU	0.021	0.663	0.218	0.058	0.025	0.013	0.002									2.459
UPO	0.002	0.131	0.513	0.218	0.043	0.040	0.047	0.003	0.002	0.001						3.510
AUB	0.006	0.162	0.209	0.549	0.071	0.003										3.522
NSU	0.013	0.010	0.032	0.054	0.202	0.186	0.240	0.042	0.022	0.008	0.009	0.001	0.001			4.887
XMU				0.034	0.214	0.162	0.139	0.245	0.156	0.016	0.017	0.016	0.001			6.595
NUST	0.002	0.005	0.009	0.023	0.157	0.293	0.324	0.113	0.033	0.018	0.013	0.010				7.011
MIPT		0.002	0.004	0.015	0.035	0.082	0.150	0.170	0.362	0.094	0.080	0.006				7.078
AMU		0.001	0.005	0.035	0.229	0.194	0.122	0.146	0.207	0.022	0.020	0.018	0.001			8.303
VIT							0.002	0.036	0.114	0.400	0.151	0.074	0.101	0.117	0.005	10.906
SBU								0.005	0.016	0.111	0.321	0.183	0.076	0.095	0.193	12.110
UPES									0.001	0.087	0.152	0.376	0.138	0.124	0.122	12.239
BAU				0.001	0.002	0.005	0.009	0.009	0.012	0.021	0.099	0.118	0.428	0.244	0.052	12.424
LUHK			0.005	0.006	0.017	0.011	0.017	0.019	0.029	0.153	0.077	0.110	0.167	0.322	0.067	12.761
APU					0.003	0.006	0.009	0.015	0.026	0.054	0.063	0.080	0.086	0.098	0.560	13.557

表9 基于SOR方法的POI结果
Table 9 POI Results Based on the SOR Method

变量	WU	BNU	UPO	AUB	NSU	XMU	NUST	MIPT	AMU	VIT	SBU	UPES	BAU	LUHK	APU
WU		0.970	0.998	0.981	0.981	1	0.987	1	0.993	1	1	1	1	1	1
BNU	0.030		0.837	0.802	0.950	1	0.971	0.989	0.980	1	1	1	0.998	0.994	0.998
UPO	0.003	0.163		0.622	0.877	1	0.917	1	0.935	1	1	1	0.994	0.987	0.992
AUB	0.019	0.198	0.378		0.969	0.965	0.990	0.964	0.994	1	1	1	1	1	1
NSU	0.019	0.050	0.123	0.031		0.544	0.473	0.527	0.933	0.958	0.984	1	0.969	0.948	0.974
XMU	0	0	0	0.035	0.457		0.442	0.496	0.660	0.996	1	0.998	0.958	0.935	0.953
NUST	0.013	0.029	0.083	0.010	0.527	0.558		0.517	0.809	0.999	0.999	1	0.964	0.937	0.965
MIPT	0	0.011	0.000	0.037	0.473	0.504	0.483		0.644	1	1	0.996	0.961	0.926	0.942
AMU	0.007	0.020	0.065	0.006	0.067	0.340	0.191	0.356		0.842	0.917	0.996	0.972	0.942	0.979
VIT	0	0	0	0	0.042	0.005	0.001	0	0.158		0.904	0.792	0.752	0.685	0.758
SBU	0	0	0	0	0	0	0.001	0	0.083	0.097		0.591	0.671	0.612	0.699
UPES	0	0	0	0	0	0.002	0	0.004	0.004	0.208	0.409		0.656	0.600	0.704
BAU	0	0.002	0.006	0	0.031	0.042	0.036	0.039	0.028	0.245	0.329	0.343		0.386	0.752
LUHK	0	0	0.013	0	0.052	0.065	0.063	0.074	0.058	0.315	0.388	0.410	0.614		0.831
APU	0	0.002	0.008	0	0.026	0.047	0.035	0.058	0.021	0.242	0.301	0.296	0.248	0.169	

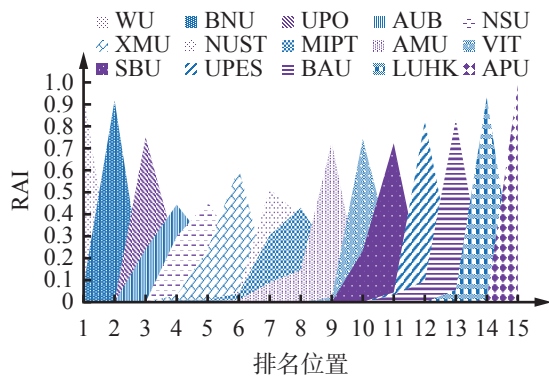


图3 基于本研究方法的RAI曲线图

Figure 3 RAI Curves Based on the Proposed Method

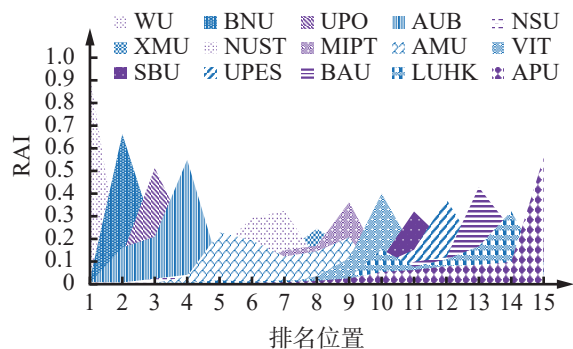


图4 基于SOR方法的RAI曲线图

Figure 4 RAI Curves Based on the SOR Method

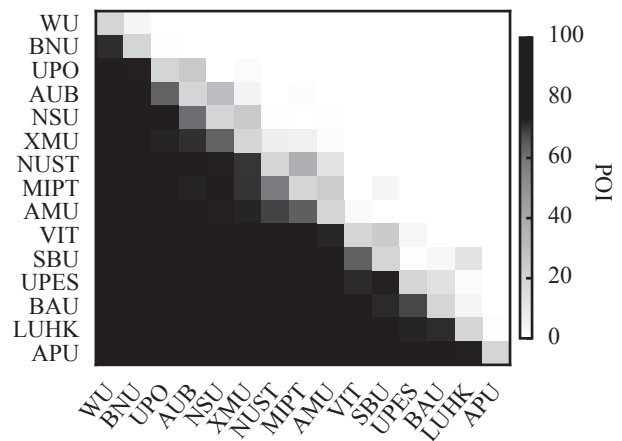


图5 基于本研究方法的POI热力图

Figure 5 POI Heatmap Based on the Proposed Method

知识偏好融合、准则交互建模及排序结果不确定性量化的重要挑战,提出了一种融合显性知识与隐性知识的贝叶斯多准则排序方法,旨在为多准则决策科学领域提供新的方法探索和应用实践参考。本研究通过算例分析和多个公共数据库的实验模拟,验证了所提方法在各类决策场景中的实用性及其应对决策者成对比较信息不确定性的有效能力。本研究的主要贡献如下。

(1) 提出基于贝叶斯理论的显性知识与隐性知识融合框架。本研究构建基于贝叶斯理论的知识融合

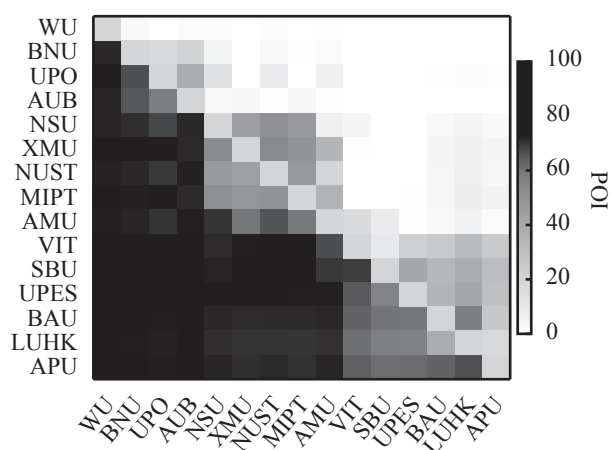


图6 基于SOR方法的POI热力图

Figure 6 POI Heatmap Based on the SOR Method

框架,实现对客观准则表现(显性知识)与决策者成对比较偏好(隐性知识)的统一建模。在此框架下,先验分布基于由显性知识训练得到的偏好学习模型确定,而似然函数则基于决策者提供的成对比较信息构建,从而形成完整的后验推断体系。该框架有效整合了两类信息,并在决策者认知偏差或信息不完备条件下,确保排序推荐的合理性和稳健性。

(2) 构建结合机器学习与优化方法的偏好学习模型。在偏好学习阶段,本研究提出融合去偏LASSO回归与考虑准则交互的加性分段线性优化建模的序贯优化方法。该方法不仅全面纳入潜在的特征交互项,还通过约束优化确保主效应与交互效应之间的逻辑一致性和单调性,显著提升偏好模型的学习精度、解释能力和泛化性能。

(3) 建立支持准则交互项的贝叶斯序数回归模型。针对传统贝叶斯序数回归模型忽视准则间交互影响的问题,本研究提出能够显式建模正负交互效应的贝叶斯序数回归方法。通过构建主效应与交互效应统一表示的加性模型,并在后验采样过程中同时考虑各类型效应,该方法有效描述了复杂决策场景下的准则依赖关系,提升排序模型对实际偏好结构的描述能力和稳健性。

尽管本研究对融合显性知识与隐性知识的多准则排序问题开展了探索性研究,但该领域中仍存在诸多值得深入研究的方向。未来的研究可从以下几个方面拓展:①扩展偏好学习模型至多层次准则结构或非单调性边际值函数建模,以应对更复杂的决策环境;②在保持模型可解释性和求解可行性的前提下,探索间接刻画高阶交互的建模思路,以在可控的参数规模下捕捉更复杂的准则依赖关系;③探索使用区间偏好、模糊偏好等更多形式构建决策者隐性偏好信息模型,提升对模糊认知的刻画能力;④考虑基于动态贝叶斯网络或时序建模,捕捉决策者偏好的动态演化过程,实现偏好的时间序列更新和预测;⑤探究显性信息与隐性信息的冲突协调机制,通过加权贝叶斯模型或置信区间调整等方法,增强模

型对异质信息的整合能力,解决信息冲突或矛盾情境下的决策优化问题。上述研究方向将有助于进一步拓展和完善融合显性知识与隐性知识的多准则排序方法体系,为应对日益复杂的现实决策问题提供更加有效的理论支撑和实践工具。

参考文献:

- [1] THAKKAR J J. *Multi-criteria decision making*. Singapore: Springer, 2021: 1–25.
- [2] 周晓光,何欣. 基于累积前景理论的可变下标犹豫模糊语言多准则投资组合优化. *控制与决策*, 2022, 37(9): 2389–2398.
ZHOU Xiaoguang, HE Xin. Multi-criteria portfolio optimization of variable subscripts hesitant fuzzy linguistic based on cumulative prospect theory. *Control and Decision*, 2022, 37(9): 2389–2398.
- [3] 文海漓,夏飞. 基于区间直觉模糊记分函数的动态专利质量评价方法. *运筹与管理*, 2023, 32(3): 191–197.
WEN Haili, XIA Fei. Dynamic patent quality evaluation method based on interval-valued intuitionistic fuzzy score function. *Operations Research and Management Science*, 2023, 32(3): 191–197.
- [4] 张萌,孙秉珍,王婷,等. 融合粗糙集与GRA的异构信息多准则三支推荐及其在医疗推荐中的应用. *控制与决策*, 2022, 37(7): 1883–1893.
ZHANG Meng, SUN Bingzhen, WANG Ting, et al. Multi-criteria three-way recommendation of heterogeneous information based on rough set and GRA and its application in medical recommendation. *Control and Decision*, 2022, 37(7): 1883–1893.
- [5] SAHOO S K, GOSWAMI S S. A comprehensive review of multiple criteria decision-making (MCDM) methods: advancements, applications, and future directions. *Decision Making Advances*, 2023, 1(1): 25–48.
- [6] 任之光,李金,赵海川,等. 大数据驱动的管理决策: 研究范式与发展领域. *管理科学学报*, 2023, 26(8): 152–158.
REN Zhiguang, LI Jin, ZHAO Haichuan, et al. Big data-driven management and decision sciences: the research paradigm and directions. *Journal of Management Sciences in China*, 2023, 26(8): 152–158.
- [7] 何世繁,潘晓宏,王应明. 基于异质在线评论信息的多准则决策方法研究. *系统工程理论与实践*, 2024, 44(4): 1349–1364.
HE Shifan, PAN Xiaohong, WANG Yingming. Research on multi-criteria decision-making method based on heterogeneous online reviews. *Systems Engineering-Theory & Practice*, 2024, 44(4): 1349–1364.
- [8] SMITH E A. The role of tacit and explicit knowledge in the workplace. *Journal of Knowledge Management*, 2001, 5(4): 311–321.
- [9] ABUBAKAR A M, ELREHAIL H, ALATAILAT M A, et al. Knowledge management, decision-making style and organizational performance. *Journal of Innovation & Knowledge*, 2019, 4(2): 104–114.
- [10] LIAO H C, HE Y P, WU X Y, et al. Reimagining multi-criterion decision making by data-driven methods based on machine learning: a literature review. *Information Fusion*, 2023, 100: 101970–1–101970–20.
- [11] 董玉成,范莎,陈霞,等. 诺贝尔经济学奖与决策理论及其对数据驱动智能决策的研究启示. *管理科学学报*, 2025, 28(4): 174–190.

- DONG Yucheng, FAN Sha, CHEN Xia, et al. Nobel Memorial Prize in economic sciences & decision theory and its implications for data-driven intelligent decision-making. *Journal of Management Sciences in China*, 2025, 28(4): 174–190.
- [12] LI Z L, ZHANG Z, PEDRYCZ W. Integrating machine learning models to learn potentially non-monotonic preferences for multi-criteria sorting from large-scale assignment examples. *Omega*, 2025, 131: 103219-1–103219-18.
- [13] ALI M R, NIPU S M A, KHAN S A. A decision support system for classifying supplier selection criteria using machine learning and random forest approach. *Decision Analytics Journal*, 2023, 7: 100238-1–100238-14.
- [14] WU Z M, SONG Y, JI Y, et al. Data-driven distributionally robust support vector machine method for multiple criteria sorting problem with uncertainty. *Applied Soft Computing*, 2023, 149: 110957-1–110957-11.
- [15] FU C, XUE M, LIU W Y, et al. Data-driven preference learning in multiple criteria decision making in the evidential reasoning context. *Applied Soft Computing*, 2021, 102: 107109-1–107109-11.
- [16] 梁倩, 扈衷权, 张震, 等. 考虑情境依赖决策行为的多准则决策偏好学习方法. *中国管理科学(网络首发)*, 2025: 1–15.
LIANG Qian, HU Zhongquan, ZHANG Zhen, et al. A preference learning method for multi-criteria decision-making considering context-dependent decision behavior. *Chinese Journal of Management Science(Online)*, 2025: 1–15.
- [17] LIU J P, KADZIŃSKI M, LIAO X W, et al. Data-driven preference learning methods for value-driven multiple criteria sorting with interacting criteria. *INFORMS Journal on Computing*, 2021, 33(2): 586–606.
- [18] 徐婷婷, 秦晋栋. 基于新定义的二型模糊偏好关系及其在多准则决策中的应用. *控制与决策*, 2024, 39(10): 3469–3478.
XU Tingting, QIN Jindong. Type-2 fuzzy preference relation based on new definition and its application in multi-criteria decision-making. *Control and Decision*, 2024, 39(10): 3469–3478.
- [19] 杨荣庆, 唐孝安, 张强, 等. 分布式乘性偏好环境下考虑决策者偏好调整意愿的最优-最劣多准则决策方法. *中国管理科学*, 2024, 32(7): 65–75.
YANG Rongqing, TANG Xiaolan, ZHANG Qiang, et al. Best-worst multi-criteria decision-making method with decision-makers' preference adjustment willingness under distributed multiplicative preference environment. *Chinese Journal of Management Science*, 2024, 32(7): 65–75.
- [20] GRECO S, MOUSSEAU V, SŁOWIŃSKI R. Ordinal regression revisited: multiple criteria ranking using a set of additive value functions. *European Journal of Operational Research*, 2008, 191(2): 416–436.
- [21] KADZIŃSKI M, TERVONEN T. Robust multi-criteria ranking with additive value models and holistic pair-wise preference statements. *European Journal of Operational Research*, 2013, 228(1): 169–180.
- [22] PELISSARI R, OLIVEIRA M C, AMOR S B, et al. SMAA methods and their applications: a literature review and future research directions. *Annals of Operations Research*, 2020, 293(2): 433–493.
- [23] CORRENTE S, GRECO S, KADZIŃSKI M, et al. Inducing probability distributions on the set of value functions by Subjective Stochastic Ordinal Regression. *Knowledge-Based Systems*, 2016, 112: 26–36.
- [24] MURPHY K P. *Machine learning: a probabilistic perspective*. Cambridge, Massachusetts, London, England: MIT Press, 2012: 28–33.
- [25] RU Z C, LIU J P, KADZIŃSKI M, et al. Bayesian ordinal regression for multiple criteria choice and ranking. *European Journal of Operational Research*, 2022, 299(2): 600–620.
- [26] KEENEY R L, RAIFFA H, RAJALA D W. *Decisions with multiple objectives: preferences and value trade-offs*. New York, USA: Cambridge University Press, 1993: 229–232.
- [27] DOUMPOS M, ZOPOUNIDIS C. *Multicriteria decision aid classification methods*. New York, NY: Springer Science and Business Media Dordrecht, 2002: 96–97.
- [28] 刘超, 汤国林, 刘培德. 基于模糊测度与累积前景理论的区间二型模糊多准则决策方法. *运筹与管理*, 2020, 29(9): 70–81.
LIU Chao, TANG Guolin, LIU Peide. Interval type-2 fuzzy multi-criteria decision-making method based on fuzzy measure and cumulative prospect theory. *Operations Research and Management Science*, 2020, 29(9): 70–81.
- [29] 冯宇, 党耀国, 王俊杰, 等. 基于2-可加 Choquet 积分的混合信息关联决策方法及其应用. *中国管理科学*, 2025, 33(9): 189–200.
FENG Yu, DANG Yaoguo, WANG Junjie, et al. Grey incidence decision-making method with mixed information based on 2-additive Choquet integral and its application. *Chinese Journal of Management Science*, 2025, 33(9): 189–200.
- [30] 姜琳, 朱建军. 考虑双参照点和 Choquet 积分的新型研发机构绩效评估方法及应用. *运筹与管理*, 2022, 31(2): 141–147.
JIANG Lin, ZHU Jianjun. A performance evaluation method and application of new R&D institutions considering double reference points and Choquet integral. *Operations Research and Management Science*, 2022, 31(2): 141–147.
- [31] GRECO S, MOUSSEAU V, SŁOWIŃSKI R. Robust ordinal regression for value functions handling interacting criteria. *European Journal of Operational Research*, 2014, 239(3): 711–730.
- [32] TIBSHIRANI R. Regression shrinkage and selection via the lasso. *Journal of the Royal Statistical Society Series B: Statistical Methodology*, 1996, 58(1): 267–288.
- [33] JAVANMARD A, MONTANARI A. Confidence intervals and hypothesis testing for high-dimensional regression. *The Journal of Machine Learning Research*, 2014, 15(82): 2869–2909.
- [34] DE GEER S V, BÜHLMANN P, RITOV Y A, et al. On asymptotically optimal confidence regions and tests for high-dimensional models. *The Annals of Statistics*, 2014, 42(3): 1166–1202.
- [35] GELMAN A, CARLIN J B, STERN H C, et al. *Bayesian data analysis*. 3rd ed. Boca Raton, London, New York: Chapman and Hall/CRC, 1995: 30–43.
- [36] ZAMZAMI N, BOUGUILA N. Probabilistic modeling for frequency vectors using a flexible shifted-scaled Dirichlet distribution prior (TKDD). *ACM Transactions on Knowledge Discovery from Data*, 2020, 14(6): 69.
- [37] CASELLA G, BERGER R. *Statistical inference*. 2nd ed. Boca Raton: Chapman and Hall/CRC, 2024: 38–45.
- [38] SMITH R L. Efficient Monte Carlo procedures for generating

- points uniformly distributed over bounded regions. *Operations Research*, 1984, 32(6): 1296–1308.
- [39] RU Z C, LIU J P, KADZIŃSKI M, et al. Probabilistic ordinal regression methods for multiple criteria sorting admitting certain and uncertain preferences. *European Journal of Operational Research*, 2023, 311(2): 596–616.
- [40] COWLES M K, CARLIN B P. Markov chain monte carlo convergence diagnostics: a comparative review. *Journal of the American statistical Association*, 1996, 91(434): 883–904.
- [41] 周坤, 巩在武. 解聚范式下考虑准则取舍的多准则分类方法. *系统工程理论与实践(网络首发)*, 2025: 1–20.
- ZHOU Kun, GONG Zaiwu. A multi-criteria sorting methods considering criteria selection within the disaggregation paradigm. *Systems Engineering-Theory & Practice(Online)*, 2025: 1–20.

A Bayesian Multi-Criteria Ranking Approach Based on the Integration of Explicit and Tacit Knowledge

LIU Bingsheng^{1,2}, WANG Qi², SHEN Yinghua³, CHEN Yuan²

1 School of Economics and Management, Hebei University of Technology, Tianjin 300130, China

2 College of Management and Economics, Tianjin University, Tianjin 300072, China

3 School of Economics and Business Administration, Chongqing University, Chongqing 400044, China

Abstract: The multi-criteria ranking problem is pervasive in complex decision-making tasks within multi-source heterogeneous information environments. The decision-making knowledge in such scenarios can be categorized into explicit knowledge carried by structured data and tacit knowledge derived from decision-makers' empirical experience. These two types are mutually complementary, and how to integrate them effectively becomes the key to improving ranking quality. However, traditional methods mostly adopt a serial processing architecture that models the two types of knowledge separately and combines them in a simple manner, making it difficult to achieve collaborative reasoning within a unified framework and thereby limiting the robustness and interpretability of ranking results.

To address this limination, this study proposes a multi-criteria ranking method that integrates explicit and tacit knowledge within a Bayesian inference framework, realizing the interactive verification of the two types of knowledge in the same probability space through a three-stage modeling procedure. First, debiased LASSO regression is employed to screen statistically significant interaction terms from the high-dimensional criterion space, and a piecewise linear additive value optimization model embedding both main effects and second-order interaction effects is then constructed to extract the structural features of explicit knowledge and form the prior distribution. Second, the pairwise comparison information provided by the decision-maker is formulated as a likelihood function to quantify tacit knowledge. Finally, a Markov Chain Monte Carlo sampling method combining the Hit-And-Run and Metropolis-Hastings algorithms is adopted for posterior inference, characterizing the probability distribution and uncertainty of each alternative across different ranking positions.

On five public datasets, the proposed preference learning model significantly outperforms representative existing methods in both fitting accuracy and generalization performance. In comparison with traditional ranking methods, the proposed ranking method concentrates the probability of leading alternatives more tightly at their true ranking positions and markedly compresses the ranking intervals of middle- and lower-ranked alternatives. Meanwhile, the pairwise outranking indices tend more strongly toward the two extremes, yielding clearer discrimination boundaries between alternatives. These results indicate that the proposed method is superior to traditional methods in ranking clarity, robustness, and uncertainty quantification.

Theoretically, the method systematically incorporates the criterion interaction effects identified from explicit knowledge into the prior modeling of Bayesian ordinal regression, unifying the representation of objective regularities and subjective preferences within the same probability space, alleviating the dualistic separation of the two types of knowledge in existing re-

search, and thereby extending the modeling paradigm of multi-criteria ranking. Practically, it provides a robust and interpretable decision-support tool for complex ranking tasks in multi-source heterogeneous information environments, effectively assisting decision-makers in handling complex preference articulation and ranking judgments in real-world scenarios.

Keywords: multiple criteria decision making; criterion interaction; additive value function; preference learning; Bayesian inference

Received Date: May 11th, 2025 **Accepted Date:** May 5th, 2026

Funded Project: Supported by the National Natural Science Foundation of China (72134002, 72574161), the Fundamental Research Funds for the Chinese Central Universities (2022CDJSKPT31-01, 2022CDJJJ-010) and the Chongqing Natural Science Foundation (CSTB2023NSCQ-MSX1075)

Biography: LIU Bingsheng, doctor in management, is a professor in the School of Economics and Management at Hebei University of Technology, and the College of Management and Economics at Tianjin University. His research interests cover engineering management, social governance, decision theory and methods, operations management. His representative paper titled “Large-scale group decision-making model based on social network analysis: trust relationship-based conflict detection and elimination” was published in the *European Journal of Operational Research* (Issue 2, 2019). E-mail: blueseas_boy_1979@163.com

WANG Qi is a Ph.D candidate in the College of Management and Economics at Tianjin University. His research interests include data-driven managerial decision-making. E-mail: qwang_1995@126.com

SHEN Yinghua, doctor in engineering, is an associate professor in the School of Economics and Business Administration at Chongqing University. His research interests cover information management, decision theory and methods, operations management. E-mail: yinghuashen@cqu.edu.cn

CHEN Yuan, doctor in engineering, is an associate professor in the College of Management and Economics at Tianjin University. Her research interests include engineering management, urban resilience management. E-mail: yuanchen_2020@tju.edu.cn □

(责任编辑: 李祎博)