



# 广义双指数分布的跳跃扩散模型下 股指期货波动研究

宫晓莉<sup>1</sup>, 熊 熊<sup>1,2</sup>, 庄新田<sup>3</sup>

1 天津大学 管理与经济学部, 天津 300072

2 中国社会计算研究中心, 天津 300072

3 东北大学 工商管理学院, 沈阳 110169

**摘要:** 金融期货市场既存在平常信息引起的连续性波动, 又存在突发冲击造成的跳跃式波动, 金融市场波动同时具有扩散性和跳跃性特点。同时, 金融期货市场与现货市场间的跳跃和波动行为存在着风险溢出效应和羊群效应等。并且, 金融资产收益在跳跃过程中呈现出非高斯属性, 正态分布假设不能刻画跳跃和波动中的程式化现象, 如噪音分布的尖峰厚尾、有偏特征等。

考虑到金融期货序列分布的尖峰厚尾、有偏、非对称现象, 采用非对称、有偏的广义双指数分布刻画收益率非高斯特征; 同时考虑到金融波动序列的时变性、集聚性和异方差性以及收益与波动之间存在着杠杆效应, 将有偏的广义双指数分布引入到收益序列和波动序列均存在跳跃且跳跃相关的双层跳跃扩散模型, 构建广义双指数分布驱动的双层跳跃扩散模型, 并从理论上分析模型的优越性。根据模型的似然函数估计式, 使用马尔科夫链蒙特卡罗模拟迭代求解广义双指数分布驱动的双层跳跃扩散模型参数, 将构建的模型应用到中国股指期货和现货市场进行实证研究, 分析中国股指期货和现货市场各自的跳跃和波动行为特征以及市场间跳跃和波动的风险关联性, 包括对两类市场跳跃形态的非高斯特征分析股指期货市场与现货指数的波动协同性描述, 以及股指期货与现货间的跳跃溢出行为、跳跃强度和跳跃大小分析等。

研究结果表明, 广义双指数分布驱动的双层跳跃扩散模型较好地捕获了收益率分布的尖峰厚尾特征; 股指期货收益和股指现货收益上涨与下跌概率呈现非对称性; 股指期货波动强度高于股指现货波动, 而股指期货波动的持久性低于股指现货; 股指现货的杠杆效应表现更强; 股指期货和股指现货市场存在双向跳跃溢出效应。

研究结论有利于理解中国沪深300股指期货市场和现货市场之间的跳跃风险传染机制, 对于深入认识期货和现货市场的风险溢出关系、促使投资者规避风险和监管机构加强监管具有一定的参考作用。

**关键词:** 广义双指数分布; 跳跃扩散模型; 尖峰厚尾; 跳跃溢出

**中图分类号:** F830

**文献标识码:** A

**doi:** 10.3969/j.issn.1672-0334.2018.03.013

**文章编号:** 1672-0334(2018)03-0149-11

**收稿日期:** 2017-03-24 **修返日期:** 2017-11-17

**基金项目:** 国家自然科学基金(71532009, 71671030)

**作者简介:** 宫晓莉, 天津大学管理与经济学部博士后, 研究方向为金融工程和风险管理等, 代表性学术成果为“Option pricing and hedging for optimized Lévy driven stochastic volatility models”, 发表在2016年第91卷《Chaos, Solitons & Fractals》, E-mail: qdgongxiaoli@126.com

熊熊, 管理学博士, 天津大学管理与经济学部教授、中国社会计算研究中心副主任, 研究方向为计算实验金融和大数据金融等, 代表性学术成果为“期现套利对我国股指期货市场波动性影响分析”, 发表在2014年第3期《系统工程理论与实践》, E-mail: xxpeter@tju.edu.cn

庄新田, 管理学博士, 东北大学工商管理学院教授, 研究方向为金融复杂性等, 代表性学术成果为“American option valuation under time changed tempered stable Lévy processes”, 发表在2017年第466卷《Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications》, E-mail: xtzhuang@mail.neu.edu.cn

## 引言

金融期货具有价格发现、套期保值的作用和优势,同时又具有高投机性和高杠杆性。一方面,期货交易可以分流股市流动性,对股市变化做出预测,促进现货价格回归理性;另一方面,期货中的噪声交易拓宽了现货市场的信息来源,又会加剧现货市场的波动。成熟的期货市场具有高效的运行机制,能快速地反映经济变动信息,进而引导现货价格变化。中国金融期货市场结构逐渐完备,功能逐渐发挥,国内外金融期货市场的联系日益紧密,同时受到来自不同市场、不同地区风险事件的冲击引起的波动也更加剧烈。在各种因素的影响下,期货价格既会产生小幅度的连续性变动,也会产生由异常信息引发的随机跳跃。并且一个市场风险引发的跳跃会传递到其他市场,这种跳跃溢出在隐藏着套利的同时也存在着风险<sup>[1-2]</sup>。金融期货市场的剧烈波动还会引发股票市场中的羊群行为,其本质是造成市场价格跳跃和波动的信息通过不同市场间的套利交易行为实现传递的过程。跳跃和波动行为的存在为期货价格发现功能的实现提供了条件,如何定量研究金融期货市场的跳跃和波动特征以及金融期货与现货市场间的跳跃溢出效应和波动溢出效应显得愈发重要。

在深化金融改革的背景下,探索适合中国金融期货市场发展的金融模型,研究不同金融市场间的风险关联性和信息传导机制,能为投资者合理制定投资策略,降低投资风险,为监管者实现跨市场监管提供有力支撑,而且有助于增进对市场微观结构以及信息与风险传递效率的认识。

## 1 相关研究评述

金融资产收益率存在跳跃,对股票市场跳跃行为和跳跃风险的研究已成为学术界的热点之一<sup>[3-5]</sup>。已有研究发现,股票收益过程在跳跃的同时还表现出非高斯特性<sup>[6-8]</sup>,即金融市场资产价格噪音分布呈现出异于正态分布的独特性,如尖峰厚尾性、集聚性和非对称性等。几何布朗运动趋于平稳分布的特性不能捕捉金融市场中的跳跃特征和非高斯特性,无法描述突发因素下的经济异象。期货等衍生品市场跳跃和波动情形下的建模需要引进新跳跃成分,以充分刻画跳跃形态,追踪市场非高斯特性。KOU et al.<sup>[9-10]</sup>证明双指数分布在尖峰、厚尾拟合上更符合金融理论建模和实际需要。同时,该类Lévy过程能同时反映市场上涨和下跌跳跃,更符合真实金融市场情形。向华等<sup>[11]</sup>使用双指数跳跃扩散过程描述资产价值的动态过程,研究时齐滚动下的债券均衡定价问题,并给出求解公司最优资本结构表达式;杨招军等<sup>[12]</sup>假设债务企业的现金流服从双指数跳跃过程,给出企业资本和混合担保成本的均衡价格和混合担保下的企业最优资本结构。上述研究分别使用解析方法和数值分析方法对双指数分布跳跃过程进行分析。双指数分布跳跃过程还可以用

于真实市场进行实证研究。谢赤等<sup>[13]</sup>假设人民币短期汇率跳跃幅度服从双指数分布,构建能刻画利率波动聚类、均值回复和跳跃行为的双指数Jump-GARCH-Vasicek模型,以刻画人民币短期汇率的跳跃行为。与前述连续时间框架下的研究不同,Jump-GARCH-Vasicek模型是将双指数分布引入到离散时间波动率扩散模型。双指数分布模型具有广泛的应用性,学者们将其拓展应用到风险管理领域。宋殿宇等<sup>[14]</sup>考虑股价服从双指数跳跃扩散过程以及企业存在违约可能下的企业可转债定价问题;罗长青等<sup>[15]</sup>在建立行业信用风险指数的基础上,利用双指数跳跃扩散模型识别出企业风险跳跃点。将双指数跳跃扩散模型与描述多维相关性的Copula模型相结合,研究信用风险相关性。类似地,模型还可用于金融市场风险测度研究。王良等<sup>[16]</sup>构建双因素跳跃扩散过程下的ETF基金收益率模型,并验证了对于价格预测的准确性。需要注意的是,该研究考虑了坏消息和好消息对基金收益率的冲击具有较显著的非对称影响和杠杆效应。上述双指数跳跃扩散模型都属于单层跳跃扩散模型,在此基础上,周伟等<sup>[17]</sup>结合胡素华等<sup>[18]</sup>提出的指数分布形态和双指数分布的马尔科夫蒙特卡洛(Markov chain Monte Carlo, MCMC)方法,使用双层跳跃扩散模型,构建能同时满足有偏、反对称和尖峰厚尾特性的广义双指数分布,并对比正态分布、普通双指数分布与广义双指数分布驱动的双重跳跃扩散模型,发现广义双指数分布成分灵活地捕捉到金融资产价格的波动特征,具备实际拟合上的优越性。但其使用的广义双指数分布跳跃扩散模型没有考虑到收益过程与波动过程之间的相关关系。因此,本研究在刻画期货市场新息因子尖峰厚尾属性上,仍然采用广义双指数分布,并且进一步考虑收益过程与波动过程之间的相关关系。

金融收益序列的波动率存在条件异方差、集聚效应和持续效应,收益与波动间存在杠杆效应<sup>[19-20]</sup>,并且金融资产收益过程与波动过程均存在随机跳变<sup>[21-22]</sup>。刘建桥等<sup>[23]</sup>构建EGARCH(1,1)-CJI和EGARCH(1,1)-ARJI模型,研究股指期货收益的不对称现象和跳跃波动行为。对于股指期货与股指现货间的跳跃和波动关系研究,赵华等<sup>[24]</sup>采用ARMA-JI-GARCH模型实证研究发现,期货的跳跃强度对现货的收益和波动均有影响;赵华<sup>[25]</sup>通过研究股指期货与股指现货间的长期均衡关系,发现两者表现出显著的共跳特征,包含时变跳跃成分的套期保值绩效好于不包含跳跃的套期保值绩效。上述模型都是使用泊松跳跃过程刻画跳跃行为,并且使用离散时间GARCH模型刻画波动率。而连续时间随机波动模型更具有灵活性,可以为不同风险源下的收益跳跃过程和波动跳跃过程建模。陈海强等<sup>[26]</sup>在连续时间框架下使用非参数方法甄别沪深300指数的Lévy跳跃后,采用Granger因果检验分析股指期货交易与跳跃风险的关系。而以上研究都只针对收益序列的单层跳跃行为。采用连续时间随机波动模型比离散

GARCH类模型更易于刻画金融随机变量的随机游走状态,连续时间框架下随机波动模型弥补了GARCH类模型假设收益和方差具有共同的扰动项、波动的不确定性仅来自于收益的不确定性的缺陷。

连续时间随机波动模型能分别假设收益和波动扰动来源不同,将波动率看作潜在变量,尤其擅长捕捉跳跃扩散模型价格突变的情形。张金锁等<sup>[27]</sup>基于跳跃扩散模型对石油价格进行长期趋势分析;YU et al.<sup>[28]</sup>使用混合指数跳跃扩散模型对认股权证进行障碍期权定价;CHIANG et al.<sup>[29]</sup>在马尔科夫区制转换背景下使用双指数跳跃扩散模型对外汇期权进行定价,发现模型能有效地提高价内期权的精确性。然而上述模型均为单层跳跃扩散模型。ERAKER et al.<sup>[30]</sup>在收益和波动方程中同时添加跳跃因子构建连续时间下双层跳跃随机波动模型,该模型中收益和波动两重跳跃扩散过程同时包含了随机波动、杠杆效应和跳跃成分,模型包括与收益序列和波动序列跳跃相关的随机波动模型(jump correlated stochastic volatility, SVCJ)、与收益序列和波动序列跳跃独立的随机波动模型(jump independent stochastic volatility, SVIJ);ASGHARIAN et al.<sup>[31-32]</sup>采用SVCJ模型刻画国际股本市场的跳跃概率和跳跃强度,使用证券市场数据证明SVCJ双层跳跃扩散模型更适合建立风险传染模型;乔高秀等<sup>[33]</sup>使用SVCJ模型分析中国股指期货上市对现货市场连续波动和跳跃波动的影响后发现,股指期货对股指现货的稳定效果主要体现在连续波动部分,而对跳跃部分影响不明显;LIU et al.<sup>[34]</sup>和刘庆富等<sup>[35-36]</sup>采用SVCJ模型探索国内外非同步期货市场与能源期货市场间的当日和次日跳跃溢出行为。虽然收益跳跃和波动跳跃在本质上属于两类不同形式的跳跃,但外部冲击同时影响收益和波动层面的假设,比外部冲击仅影响收益或波动单个层面的假设更贴涉金融市场实际情况。因此,本研究继续采用SVCJ模型描述期货市场的随机波动特征。

然而,以上研究并未综合考虑金融序列的跳跃和波动行为特征以及在跳跃中隐含的非高斯程式化现象。金融资产价格过程同时包括连续部分和跳跃部分,为更全面地捕捉基差风险,规避价格波动风险,需要综合考虑非连续的跳跃变化和扩散变化对期货和现货的影响。本研究将刻画金融收益率尖峰、厚尾分布的广义双指数分布引入到与收益序列和波动序列跳跃相关的随机波动模型,构建广义双指数分布(generalized double exponential distribution, GD-ED)驱动的双层跳跃扩散随机波动模型。综合考虑由市场流动性、策略交易和一般信息引起的随机波动以及重大信息引起的跳跃突变。在已有研究基础上进行以下拓展:①假设外部冲击同时影响收益跳跃和波动跳跃,收益序列的跳跃与波动序列的跳跃具有相关性,并且SVCJ模型收益序列的新息因子服从广义双指数分布,因此,广义双指数分布驱动下的双层跳跃扩散模型可以同时反映收益和波动中的金融程式化现象,进而探讨新构建模型的条件似然函

数以及参数和隐变量求解的MCMC迭代算法。②将GD-ED-SVCJ模型应用到中国股指期货市场,研究股指期货对股指现货的跳跃和波动影响,探讨股指期货与现货市场间的跳跃溢出效应,包括跳跃溢出概率、跳跃强度和跳跃大小的分析,以探寻金融期货市场间风险信息的传递方式和影响程度。

## 2 GD-ED-SVCJ模型

SVCJ模型克服了单层跳跃扩散模型仅收益序列存在跳跃的缺陷,资产收益和波动过程均存在跳跃,模型同时包含由扩散方程描述的波动跳跃和间断性的非连续跳跃,并且跳跃来源于不同的随机因子。在模型(1)式中,资产收益和波动过程均发生随机跳跃,并通过相关系数体现两者间的杠杆效应,即

$$\begin{pmatrix} dY(t) \\ dV(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mu \\ \kappa(\theta - V(t)) \end{pmatrix} dt + \sqrt{V(t)} \begin{pmatrix} dW_t^Y \\ \sigma_V dW_t^V \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} dJ_t^Y \\ dJ_t^V \end{pmatrix} \quad (1)$$

其中, $t$ 为时刻; $Y(t)$ 为期货价格的对数序列; $V(t)$ 为收益率的波动序列; $W_t^Y$ 和 $W_t^V$ 为相关系数为 $\rho$ 的不同标准维纳过程, $\rho$ 为收益与波动过程的相关系数; $J_t^Y$ 为收益的跳跃, $J_t^V$ 为波动过程的跳跃,可表示为跳跃时间与跳跃规模的乘积; $\mu$ 为收益期望; $\kappa$ 为随机波动均值回复速率,其值越大,表明数据越能更快地接近均值水平,而 $(1-\kappa)$ 则为波动率的持久性特征; $\theta$ 为波动过程长期均值,描述市场波动的长期走势; $\sigma_V$ 为随机波动的波动率,描述短期内的小幅波动,反映了非重大事件导致的随机波动,其值越大,表明数据序列越不稳定,发生阶段性波动的可能越大; $t_-$ 为临近 $t$ 时刻的时间点。

SVCJ模型存在着基本假设,驱动资产收益过程的布朗运动和驱动波动过程的布朗运动之间的相关系数为常数,但不为0。若相关系数为负,可以验证杠杆效应的存在,说明股价收益与波动之间存在负向关系,或者说非对称关系,即股价的下降会造成收益波动的增加。同时,SVCJ模型在设定形式上具有普适性,它包含一系列经典随机波动模型。通过对跳跃项 $J_t$ 的不同设定,可推导出各类随机波动过程。令 $J_t = \xi_t L_t$ , $\xi_t^Y$ 为收益的跳跃规模, $\xi_t^V$ 为波动的跳跃规模, $L_t$ 为跳跃时间。在随机过程中,跳跃发生的时间影响到跳跃次数。 $\lambda$ 为跳跃次数,若 $\lambda = 0$ ,则跳跃项 $J_t = 0$ ,模型简化为Heston的随机波动模型,而Heston随机波动模型却忽略了跳跃成分,导致高估连续波动成分;若 $J_t^Y$ 服从对数正态跳跃且 $J_t^V = 0$ ,模型转化为Bates的随机波动模型;若 $\xi_t^Y$ 服从双指数分布且 $L_t$ 服从 $\lambda_t^Y$ 的泊松过程, $J_t^V = 0$ ,模型成为KOU et al.<sup>[10]</sup>的双指数跳跃扩散模型;若 $\xi_t^Y$ 服从正态分布, $\xi_t^V$ 服从指数分布, $L_t$ 服从 $\lambda$ 强度的泊松过程,模型化为Eraker的双层跳跃扩散模型。在Duffie的仿射跳跃扩散模型中, $\xi_t^Y \sim \exp(\mu_Y)$ , $\xi_t^V$ 服从指数分布,并且 $\xi_t^Y | \xi_t^V \sim N(\mu + \rho_J \xi_t^V, \sigma_Y^2)$ 。区别于已有研究,本研究假设收益跳跃项 $J_t^Y$ 和

波动跳跃项  $J_t^V$  均服从广义双指数分布, 构建得到广义双指数分布驱动的双重跳跃随机波动模型 (GDED-SVCJ模型)。跳跃强度为  $\gamma$  的广义双指数分布的密度函数为

$$f_\gamma = p \cdot \eta_1 e^{-\eta_1 \gamma} I_{[\gamma \geq k]} + q \cdot \eta_2 e^{-\eta_2 \gamma} I_{[\gamma < k]} \quad (2)$$

$\eta_1 > 0, \eta_2 > 0$

其中,  $\gamma$  为收益率密度函数,  $p$  为概率密度函数积分后向上跳跃概率,  $q$  为概率密度函数积分后向下跳跃概率,  $p + q = 1, p \geq 0, q \geq 0$ ;  $\eta_1$  为投资者对外界利好消息的反应敏感度,  $\eta_2$  为投资者对外界利空消息的反应敏感度;  $I_{[\cdot]}$  为示性函数;  $k$  为上跳和下跳的临界点, 它的存在保证了模型刻画的跳跃形态具有非对称性, 市场上投资者具备风险偏向性。  $\eta$  值越大表示金融市场对外界冲击反映越不敏感, 投资主体表现为投资反应不足。GDED分布的期望分别为  $\frac{1}{\eta_1}$  和  $\frac{1}{\eta_2}$ 。模型假设收益和波动跳跃同时发生, 来源本质相同。

GDED分布比正态分布更能体现收益率分布尖峰、厚尾特性, 与真实金融期货市场行情更为贴近, 能灵活地捕捉金融资产价格跳跃特征, 具有拟合上的优越性。图1给出正态分布与GDED分布峰部和左尾比较, 为了与标准正态分布形态  $N(0,1)$  作对比, 令双指数分布期望为0, 标准差为1, 设定两组跳跃概率中上跳概率为  $p$ , 下跳概率为  $q$ , 根据期望  $E(\cdot)$  和方差  $D(\cdot)$  公式,  $E(\cdot) = \frac{p}{\eta_1} - \frac{q}{\eta_2} + k, D(\cdot) = pq(\frac{1}{\eta_1} + \frac{1}{\eta_2})^2 + \frac{p}{\eta_1^2} + \frac{q}{\eta_2^2}$ , 上跳概率  $p$  取值为0.3、0.4、...、0.8, 间隔为0.1, 下跳概率  $q$  取值为0.7、0.6、...、0.2。图1为GDED分布曲线与正态分布对比图。由图1可知, GDED分布比正态分布有更尖的峰部, 左尾分布(右尾分布与之类似)比正态分布更肥厚。

GDED分布描绘了收益跳跃和波动跳跃过程中

的尖峰、厚尾、有偏、非对称现象, 并且反映出跳跃规模和跳跃次数等潜在在跳跃成分, 集中刻画了金融期货价格行为的非高斯性、波动率集聚性和杠杆效应等特征。GDED-SVCJ模型参数集为  $\Theta, \Theta = \{\mu, \kappa, \theta, \sigma_V, \rho, \lambda, k, p, \eta_1, \eta_2, \mu_V\}$ ,  $\mu_V$  为随机波动期望。并且, GDED分布驱动的双重跳跃随机波动模型能刻画不能由布朗运动和复合泊松过程反映的跳跃属性。另外, 双层跳跃扩散模型充分考虑了收益和波动发生突变性跳跃的情形, 收益发生的跳跃性突变属于大型离散式跳跃, 这种跳跃次数相对较少, 而波动发生的连续性随机波动跳跃属于小型跳跃, 跳跃次数相对较多。

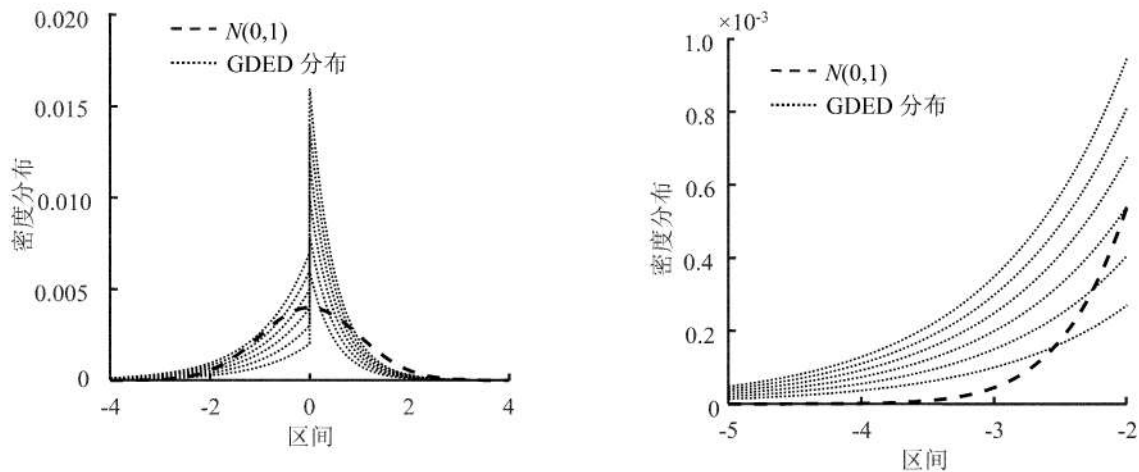
### 3 GDED-SVCJ模型估计方法

GDED-SVCJ模型描绘了金融收益率非高斯性、波动率的异方差、集聚特征, 与已有模型相比, 具有理论上的优越性。广义双指数分布控制收益和波动的跳跃结构, 能捕获噪音分布的尖峰、厚尾、有偏性。假定期货交易时间间隔频率为  $\Delta$ , 对(1)式进行前序欧拉离散化, 得到

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} Y_{(t+1)\Delta} - Y_{t\Delta} \\ V_{(t+1)\Delta} - V_{t\Delta} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \mu\Delta \\ \kappa(\theta - V_t)\Delta \end{pmatrix} + \sqrt{V_{t\Delta}} \begin{pmatrix} \varepsilon_{(t+1)\Delta}^Y \\ \sigma_V \varepsilon_{(t+1)\Delta}^V \end{pmatrix} + \\ &\begin{pmatrix} \xi_{(t+1)\Delta}^Y \\ \xi_{(t+1)\Delta}^V \end{pmatrix} N_{(t+1)\Delta} \end{aligned} \quad (3)$$

其中,  $\varepsilon$  为白噪声过程,  $\varepsilon_{t+1} \in N(0,1)$ ,  $\varepsilon$  独立于跳跃规模  $\xi$ 。收益方程的  $\xi$  均服从GDED分布,  $N_{(t+1)\Delta}$  服从参数为  $\lambda$  的泊松分布。

由于模型未知参数众多, 并且包含随机波动、跳跃时间、跳跃规模等潜在变量, 增加了计算复杂性, 使极大似然估计和矩估计方法计算困难。基于贝叶斯的马氏链蒙特卡洛模拟方法将参数和潜在变量看做随机变量, 从参数和潜在变量的联合条件分布中



(a) 峰部比较 (b) 左尾比较

图1 正态分布与GDED分布比较

Figure 1 Comparison of Normal Distribution and GDED Distribution

抽取样本,能同时估计模型参数和潜在变量,通过构造平稳分布的马氏链充分体现了变量的分布特性。在跳跃风险识别的参数估计方法上,马尔科夫蒙特卡洛模拟优于广义矩估计等其他方法<sup>[32]</sup>。样本容量充分大时,增加蒙特卡洛迭代次数能有效降低模型从连续形式向离散形式的转换偏差,并且这种偏差对最终结果影响不大<sup>[37]</sup>。实证研究发现,马尔科夫蒙特卡洛模拟方法估计参数值不会因先验分布不同而发生显著变化<sup>[38-39]</sup>。贝叶斯分析的基础是未知参数的联合分布和观测数据的潜在条件变量。联合后验分布 $C(\Theta, V, J|Y)$ 可分解为

$$C(\Theta, V, J|Y) \propto C(Y, J, V, \Theta) = C(Y, V|J, \Theta)C(J|\Theta)C(\Theta) \quad (4)$$

其中,  $Y$  为收益率向量,  $J$  为跳跃向量,  $V$  为波动向量,  $\Theta$  为参数向量集,  $C(Y, V|J, \Theta)$  为观测值的似然函数,  $C(J|\Theta)$  为潜在变量的似然函数,  $C(\Theta)$  为参数的先验分布。

由于后验分布不是闭合解,采用贝叶斯的MCMC算法迭代计算条件后验值。MCMC从低维的条件分布抽取随机数形成路径,剔除预热期抽样数量后,后验分布样本路径收敛到平稳分布的马氏链,将后验样本均值作为参数估计值,后验样本的标准离差作为参数估计值的标准误。进一步计算跳跃强度服从广义双指数分布的跳跃扩散模型基于观测值的条件似然函数为

$$C(Y_t | \Theta_{t-1}) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\lambda^n \exp(-\lambda)}{n! \sqrt{2\pi[\sigma^2 + n \cdot D(\gamma)]}} \cdot \exp\left\{ -\frac{[y_t - \mu - n(\frac{p}{\eta_1} - \frac{q}{\eta_2} + k)]^2}{2[\sigma^2 + n \cdot D(\gamma)]} \right\} \quad (5)$$

其中,  $n$  为抽样次数,  $y_t$  为收益率密度,  $\sigma^2$  为方差。由于  $Y_t = \ln F_t$ ,  $F_t$  为期货,将  $Y_t$  的密度函数代入(5)式,再对  $F_t$  求导可得到相应的概率密度函数,根据  $E(\gamma)$  和  $D(\gamma)$  的定义和表达式可进一步计算得到GDED-SVCJ模型的条件似然函数,即

$$C(Y_t | \Theta_{t-1}) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\lambda^n \exp(-\lambda)}{n! \sqrt{2\pi[\sigma^2 + n(\frac{p\eta_1}{\eta_1-2}e^{2k} + \frac{q\eta_2}{\eta_2+2}e^{-2k} - (\frac{p\eta_1}{\eta_1-1}e^k + \frac{q\eta_2}{\eta_2+1}e^{-k})^2e^{2k})]}} \cdot \exp\left\{ -\frac{[y_t - \mu - n(\frac{p\eta_1}{\eta_1-1}e^k + \frac{q\eta_2}{\eta_2+1}e^{-k}) - 1]^2}{2[\sigma^2 + n(\frac{p\eta_1}{\eta_1-2}e^{2k} + \frac{q\eta_2}{\eta_2+2}e^{-2k} - (\frac{p\eta_1}{\eta_1-1}e^k + \frac{q\eta_2}{\eta_2+1}e^{-k})^2e^{2k})]} \right\} \quad (6)$$

选取计算过程中蒙特卡洛误差最小的分布形式,在用Metropolis-Hasting算法从参数后验分布抽取样本的同时,运用Gibbs算法从潜变量后验分布中抽取潜变量。建议密度  $h$  为  $[-0.5, 0.5]$  间的均匀分布,未知参数先验分布之间互相独立,参数设定为  $\mu \sim$

$N(0, 1)$ ,  $\kappa \sim N(0, 1)$ ,  $\theta \sim N(0, 1)$ ,  $\mu_V \sim N(5, 10)$ ,  $\rho$  服从均值为0、标准差为1的均匀分布,  $\sigma_V$  服从参数为(5, 0.05)的逆高斯分布,  $\eta_1$  服从参数为(2.5, 1)的帕累托分布,  $\eta_2$  服从参数为2的卡方分布,  $\lambda$  服从参数为(2, 20)的贝塔分布,  $p$  服从均值为0、标准差为1的均匀分布,  $k$  的取值为(-1, 1)。根据贝叶斯统计原理,先验分布的设定不同不会影响后验分布结果。模拟1500次,预热期为500,估计步骤如下:

- (1) 初始化  $\Theta^0$ ;
- (2) 运用Gibbs算法从  $J$  和  $V$  的后验分布里抽取潜变量  $J_t$  和  $V_t$ ,  $t = 1, 2, \dots, T$ ,  $T$  为时刻;
- (3) 给定当前状态  $i$  时的  $\Theta^i$ , 从  $h(\Theta^j | \Theta^i)$  里产生状态  $j$  时的备选值  $\Theta^j$ ;
- (4) 计算接受概率  $P(\Theta^i, \Theta^j)$ , 即

$$P(\Theta^i, \Theta^j) = \min\left[1, \frac{\pi(\Theta^j|Y)h(\Theta^i|\Theta^j)}{\pi(\Theta^i|Y)h(\Theta^j|\Theta^i)}\right] \quad (7)$$

- (5) 以概率  $P(\Theta^i, \Theta^j)$  接受备选值  $\Theta^j$ ,  $\Theta^{i+1} = \Theta^j$ ; 否则拒绝备选值,  $\Theta^{i+1} = \Theta^i$ ;
- (6) 重复步骤(2)~步骤(5), 得到  $\Theta^i$  的一系列值, 剔除预热期样本值, 得到参数估计值。

#### 4 实证研究和分析

实证研究数据选取沪深300股指期货当月合约日收盘价构造连续序列和沪深300股指现货日收盘价序列,时间范围从2010年4月16日至2016年6月20日,样本数据共1500个,数据来源于Wind资讯数据库,计算日收盘价格的对数收益率,表1给出沪深300股指期货和股指现货的基本统计量。

由表1可知,股指期货和股指现货收益均值均为负值,股指期货收益略小于股指现货收益,统计结果相差不大。股指期货标准差大于股指现货标准差,说明期货市场风险总体上大于现货市场风险。由于期货市场更多地受投资者关注,对市场信息的反映更为及时,使其波动性表现更大。股指期货收益和股指现货收益偏度均为负,两者的峰度值均大于正态分布峰度值3,并且股指期货的左偏程度和分布的陡峭程度大于股指现货,表明中国股指期货收益和股指现货收益均呈现尖峰、厚尾特征。J-B统计量也拒绝了正态分布的原假设。 $Q(5)$  和  $Q^2(5)$  统计量结果表明,股指期货和股指现货收益序列本身及平方序列存在显著的自相关,序列具有异方差效应。对股指期货和股指现货的收益率进行基本描述性统计,结果进一步表明构建的GDED-SVCJ模型适合于中国金融市场实际数据。

##### 4.1 GDED-SVCJ模型的股指期货和股指现货的跳跃和波动特征

###### 4.1.1 GDED跳跃特征分析

使用沪深300股指期货当月合约和沪深300股指现货数据,采用前述MCMC迭代算法求解GDED-SVCJ模型参数,通过Gibbs抽样进行1500次迭代,剔除前500次预热期。参数收敛性判断采用GR统计量判

表1 股指期货和股指现货基本统计量

Table 1 Summary Statistics of Stock Index Futures and Stock Index Spot

	均值	标准差	最大值	最小值	偏度	峰度	J-B 值	Q(5)	Q <sup>2</sup> (5)
股指期货	-2.84E-05	0.003	0.020	-0.035	-0.328	13.532	1.05E-4	22.582	527.145
股指现货	-1.65E-05	0.002	0.022	-0.041	-0.265	11.251	3.16E-4	18.624	540.623

注: J-B 统计量结果显示  $p$  值,  $Q(5)$  为滞后 5 期的收益序列的 Ljung-Box 统计量,  $Q^2(5)$  为滞后 5 期的收益的平方序列的 Ljung-Box 统计量。

表2 股指期货和股指现货 GDED-SVCJ 模型估计结果

Table 2 GDED-SVCJ Model Estimation Results for Stock Index Futures and Stock Index Spot

收益方程	$\mu$	$\lambda$	$k$	$\eta_1$	$\eta_2$	$p$
股指期货	0.013 (0.133)	0.010* (1.787)	-0.123* (0.016)	103.600* (0.008)	143.600* (0.018)	0.063** (0.023)
股指现货	-0.012 (-0.098)	0.082* (1.589)	-0.025* (0.013)	124.700* (0.007)	152.300* (0.020)	0.071** (0.019)
波动方程	$\kappa$	$\theta$	$\sigma_v$	$\rho$	$\mu_v$	
股指期货	0.058* (1.679)	1.723*** (4.052)	0.324*** (4.113)	-0.385** (-1.855)	1.876** (3.883)	
股指现货	0.044** (1.811)	1.387*** (4.251)	0.256*** (4.508)	-0.424** (-2.004)	1.853** (3.629)	

注: 括号内数据为参数估计的标准差; \*\*\*为在 1% 水平上显著, \*\*为在 5% 水平上显著, \*为在 10% 水平上显著, 下同。

断, 当马氏链轨迹重合时, GR 统计量随着迭代次数增加趋于 1。计算参数的后验均值和标准误差, 波动率的参数转化为年波动率, 所得结果见表 2。

比较构成 GDED 分布的双指数参数  $\eta_1$  和  $\eta_2$ ,  $\eta_2$  大于  $\eta_1$ , 参数估计结果差异较大。由此可判断股指期货市场和股指现货市场对于利空消息的反应都大于对利好消息的反应, 并且两者均对利空消息的反应更加敏感。与股指期货市场相比, 股指现货对外部冲击和利空消息刺激更加敏感, 这可能与两类市场投资者构成结构不同有关, 股指现货中包含噪声交易更多。股指期货收益率和股指现货收益率上涨概率与下跌概率呈现非对称性, 这也符合一般市场情形, 当有利政策出台时, 利率的上涨程度有限, 反而当经济下滑时金融市场下跌幅度会比较大。进而验证了本研究假设期货市场对不同消息冲击具有不同反应模式的正确性, 说明广义双指数分布能有效地区分两个指数, 比普通双指数分布更合理, 符合金融市场实际规律。

根据 GDED-SVCJ 模型跳跃发生的概率  $p$  来看,  $p$  显著大于 0, 表示重大事件或突发事件发生时收益率发生向上跳的概率大于向下跳的概率。表明股指期货市场和股指现货总体收益率在平稳上升, 但上涨概率较小, 分别为 0.063 和 0.071, 并且股指现货上涨概率略大于股指期货上涨概率, 这也符合当前市场的实际行情。

广义双指数分布的反应临界点参数  $k$  能反映金融序列分布的有偏特征, 从 GDED 的反应临界点参数  $k$  看, 两市场  $k$  值均为负, 表明金融序列跳跃强度呈左偏特征。同时, 说明市场对好、坏信息的反应并不相同。正和负的收益冲击对波动率的行为产生不同的影响, 对于利空消息的反应都大于对利好消息的反应。从行为金融角度看, 市场会将部分坏消息看成是转好的信号, 在利空消息出现时看多市场, 逆市进行投资以获取投机机会, 加剧了市场的波动。

本研究假定股指期货收益率和股指现货收益率的跳跃次数服从均值为  $\lambda$  的泊松分布, 因此可以通过比较跳跃次数  $\lambda$  的大小判断跳跃频繁程度。根据随机过程相关理论, 由沪深 300 股指期货的  $\lambda = 0.010$ 、沪深 300 股指现货的  $\lambda = 0.082$  计算可得, 在样本期内股指期货跳跃 23 次~25 次, 股指现货跳跃 20 次~21 次, 股指期货跳跃强度高于其标的指数, 说明股指期货投机交易活跃。

根据 GDED-SVCJ 模型的广义双指数分布参数估计结果可知, 与 SVCJ 模型结合, 广义双指数分布能有效地捕获金融序列的尖峰厚尾、有偏和非对称性, 在对股票市场真实跳跃波动特征的刻画上要优于其他模型。

#### 4.1.2 SVCJ 波动特征分析

由表 2 可知, 股指期货市场和股指现货市场的  $\kappa$ 、 $\theta$ 、 $\sigma_v$ 、 $\rho$ 、 $\mu_v$  表现出较为一致的趋势。 $\kappa$  为连续波动回

归长期水平的速率,股指期货 $\kappa$ 为0.058,股指现货的 $\kappa$ 为0.044,说明样本期内股指期货回归均值水平速度快于股指现货回归速度,波动的持久性低于股票指数。表明在金融复苏时期,股指期货敏感性更高,起到了引导指数回归均衡、稳定现货的作用,其价格发现功能得到了很好地发挥。另外,由于期货市场上投资者更为理性,羊群效应相对更小,套期保值交易机制的存在促进了其价格发现机制的完善。股指现货的长期波动水平 $\theta$ 低于股指期货长期波动水平,并且自身波动率的波动水平 $\sigma_v$ 也较小。波动率和收益率的相关性均显著不为0,股指期货估计值为-0.385,股指现货估计值为-0.424,且股指期货杠杆效应估计值的绝对值小于股指现货的杠杆效应估计值。股指期货和股指现货均存在显著的杠杆效应,股指现货杠杆效应更强,利空消息引起的负向冲击比利好消息引起的正向冲击更能引起股指现货较大波动。股指期货和股指现货这一现象的差异源于股指期货市场的套期保值交易机制能对冲股票交易风险,进而降低了套期保值组合的风险,使套期保值组合杠杆效应估计值低于单纯的股指现货杠杆效应。沪深300股指期货和股指现货平均跳跃幅度均为正值,两者相差不大,说明股指期货价格和股指现货价格发生了较多向上的跳跃。

为直观展示沪深300股指期货和股指现货跳跃、波动形态,图2和图3给出股指期货和股指现货的收益率序列、跳跃概率和波动序列。由图2和图3可知,股指现货较股指期货连续性波动更频繁,股指期货的跳跃性波动更强烈。GDED-SVCJ模型很好地估计了跳跃概率,股指期货和股指现货跳跃概率表现

出稀疏性、非对称性,股指期货和股指现货的收益序列在高波动时期都显示出集聚特性。由跳跃概率和波动路径发现,沪深300股指期货和股指现货具有很强的关联程度。

#### 4.2 GDED-SVCJ模型的股指期货和股指现货的跳跃溢出行为

以上对股指期货和股指现货的跳跃和波动行为的分析分别基于各自市场的独立分析,多数情形下,传导机制会使跳跃溢出在两个市场间发生,引起价格间的协同运动,而这种溢出行为也是价格发现功能实现的基础。通过对股指期货跳跃发生的时间、方向和幅度3个维度预测现货的跳跃状况,对于两类市场之间的跳跃波动溢出效应分析有助于进一步分析股指期货在跳跃条件下的价格发现功能,进而理解不同市场间的金融风险传染机制和传导路径。本部分利用前文估计的波动性、跳跃次数,并采用刘庆富等<sup>[35-36]</sup>关于不同市场间跳跃溢出效应检验方法的研究,分析股指期货与现货间的跳跃效应,包括对股指期货和现货同日和次日跳跃溢出概率、跳跃强度和跳跃大小的检验。

为检验本研究构建的SVCJ-GDED模型在金融市场中的表现,需要估计股指期货和股指现货的潜在历史跳跃次数, $M = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n M_i$ , $M$ 为平均跳跃概率, $M_i$ 为每次抽样的跳跃概率。当跳跃次数足够多,超过了阈值水平 $l$ 时,跳跃便发生。本研究中,股指期货和股指现货跳跃的 $l$ 值等于跳跃次数与观测值个数的比值。跳跃溢出概率是基准市场的跳跃引发另外市场跳跃的可能性,用基准市场和对比市场同时跳跃次

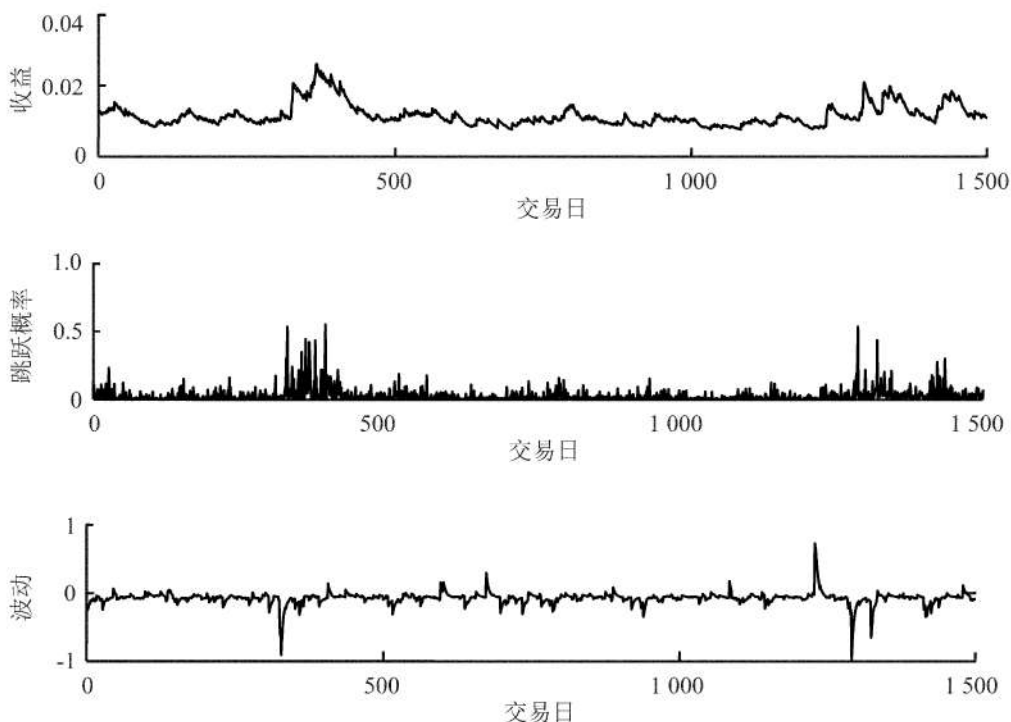


图2 沪深300股指期货收益、跳跃概率、波动图

Figure 2 CSI 300 Stock Index Futures Returns, Jump Probability and Volatility

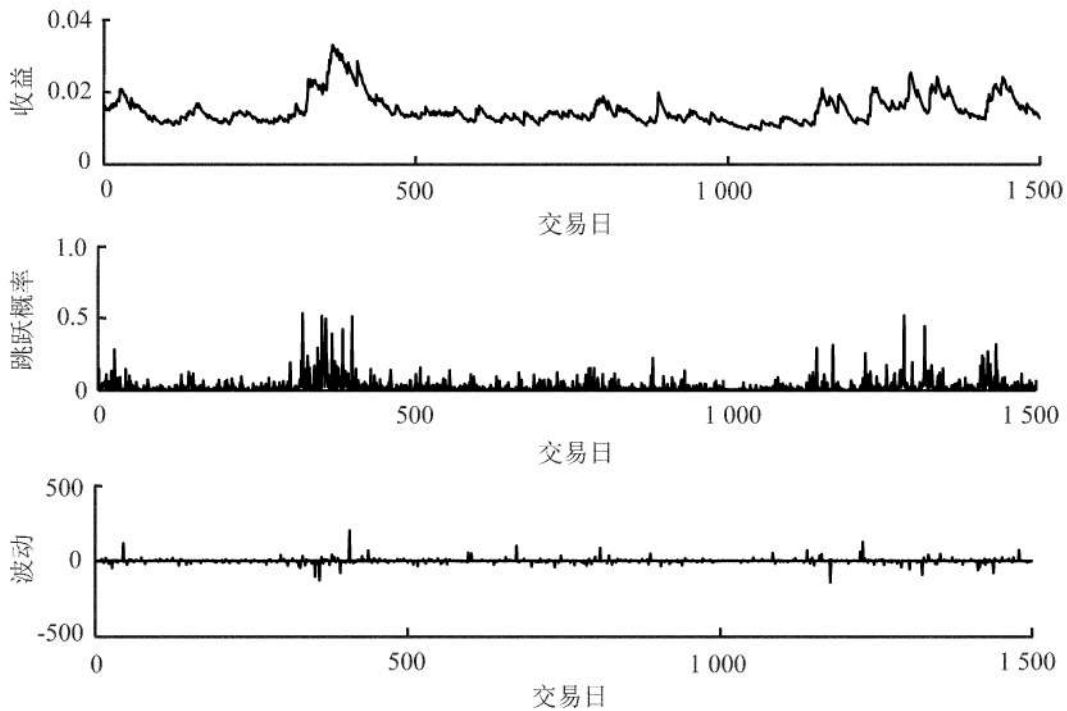


图3 沪深300股指现货收益、跳跃概率、波动图

Figure 3 CSI 300 Stock Index Spot Returns, Jump Probability and Volatility

数与基准市场跳跃次数的比值测量,次日跳跃溢出效应的测量只需将当日跳跃替换为次日跳跃。跳跃溢出强度是指基准市场跳跃引发对比市场跳跃的程度,用两个市场同跳的次数与重叠的观测值比值测量,能刻画出风险事件引起的股指期货和现货市场跳跃强度。跳跃溢出平均跳跃大小是指跳跃溢出发生的实际程度,第  $a$  个股指期货市场与同跳的第  $b$  个

股指期货市场的平均跳跃大小用公式 
$$\frac{\sum_{t=1}^T J_{a,t} J_{b,t} \xi_{a,t}^Y}{\sum_{t=1}^T J_{a,t} J_{b,t}}$$
 测

量。表3给出沪深300股指期货市场与股指期货现货市场的跳跃溢出行为检验结果。

表3 股指期货和股指期货现货跳跃溢出效应检验结果  
Table 3 Test Results for the Stock Index Futures and Stock Index Spot Jump Spillover Effect

	股指期 货对股 指现货	股指现 货对股 指期货	股指 期货	股指 现货
跳跃溢出概率	同日	0.653**	0.441**	
	次日	0.274*	0.158*	
同日跳跃强度	0.052*	0.052*	0.075	0.066
平均跳跃大小	-0.701*	-0.701*	-0.976*	-0.522*

由表3估计结果可知,股指期货和股指期货现货均存

在显著的跳跃现象。跳跃溢出概率均在10%水平上显著。股指期货市场对股指期货现货市场的跳跃溢出概率大于股指期货市场对股指期货市场的跳跃溢出概率,股指期货对股指期货收益跳跃的影响与股指期货对股指期货收益跳跃的影响具有非对称性。同日跳跃引起的溢出概率大于次日跳跃引起的溢出概率,并且跳跃溢出效应在同日和次日效果明显。说明期货(现货)市场的跳跃信息能在当日或者次日到达现货(期货)市场,期货与现货市场间的双向风险传染明显。股指期货与股指期货之间具有很强的信息传递关系,收益和波动信息能在两日内得到充分吸收。平均跳跃大小均为负值,反映了样本期内期货市场和现货市场的熊市行情。股指期货与股指期货现货市场之间的同日跳跃强度与平均跳跃大小均显著,股指期货平均跳跃大小绝对值大于股指期货平均跳跃大小绝对值,这与前文得出的股指期货跳跃强度强于股指期货现货的结论具有一致性。

### 5 结论

通过构建广义双指数分布驱动的双层跳跃扩散随机波动模型,研究中国股指期货市场和现货市场的跳跃和波动特征。根据GDED-SVCJ模型的似然函数表达式,使用MCMC迭代算法求解。将模型应用到中国沪深300股指期货市场和股指期货现货市场,考察其跳跃和波动特征以及股指期货与股指期货现货市场之间的跳跃风险传染机制。研究结果如下。

(1)股指期货方差大于现货方差,期货市场波动风险总体上大于现货市场波动风险。股指期货收益和股指期货现货收益偏度均为负,且两者的峰度值均大



于正态分布峰度值,中国股指期货收益和股指期货现货收益均呈现尖峰、厚尾特征,并且序列具有异方差效应。

(2)与期货市场相比,现货市场对外部冲击和利空消息的刺激更加敏感。股指期货收益率和股指期货现货收益率上涨概率与下跌概率呈现非对称性,期货市场和现货市场总体收益率平稳上升,但上涨概率较小,并且现货上涨概率略大于期货上涨概率。

(3)金融期货序列跳跃强度呈现左偏特征,股指期货跳跃强度强于股指期货现货;股指期货回归均值水平速度快于股指期货现货回归速度,波动的持久性低于股指期货;股指期货和股指期货现货均存在显著的杠杆效应,股指期货杠杆效应更强。股指期货套期保值交易机制有效降低了套期保值组合的波动率。

(4)股指期货和股指期货现货市场存在着双向跳跃溢出效应,股指期货市场对股指期货现货市场的跳跃溢出概率大于股指期货现货市场对股指期货市场的跳跃溢出概率,期货(现货)市场的跳跃信息能在当日或者次日到达现货(期货)市场。

新模型中收益序列和波动序列均存在具有相关性的跳跃,并且跳跃强度呈现非高斯特征,因而能准确地刻画金融收益率的尖峰、厚尾、非对称和有偏特征以及波动率的时变性和集聚性,模型具有理论上的优越性。实证结果具有明确的经济意义,所得结论有助于充分认识股指期货市场,从而为投资者降低投资组合风险、为监管者完善市场结构并建立适当监管机制提供依据。

本研究的不足之处在于将构建的GDED-SVCJ模型仅应用于中国沪深300股指期货市场和股指期货现货市场,进一步的研究可扩大实证检验的时间范围和空间范围,考察所构建模型在国内外不同期货市场中的表现效果差异。

#### 参考文献:

- [1] FU X, SANDRI M, SHACKLETON M B. Asymmetric effects of volatility risk on stock returns: evidence from VIX and VIX futures. *Journal of Futures Markets*, 2016, 36(11): 1029-1056.
- [2] MIAO H, RAMCHANDER S, ZUMWALT J K. S&P 500 index-futures price jumps and macroeconomic news. *Journal of Futures Markets*, 2014, 34(10): 980-1001.
- [3] BOHL M T, SALM C A, WILFLING B. Do individual index futures investors destabilize the underlying spot market?. *Journal of Futures Markets*, 2011, 31(1): 81-101.
- [4] CHEN H Q, HAN Q, LI Y X, et al. Does index futures trading reduce volatility in the Chinese stock market? A panel data evaluation approach. *Journal of Futures Markets*, 2013, 33(12): 1167-1190.
- [5] 瞿慧, 纪萍. 引入联跳的中国股市协方差预测: 基于多元 HAR 模型. *管理科学*, 2016, 29(6): 28-38.  
QU Hui, JI Ping. The role of cojumps in forecasting covariance matrices in Chinese stock markets: a study based on the multivariate HAR model. *Journal of Management Science*, 2016, 29(6): 28-38. (in Chinese)
- [6] KAECK A, Alexander C. Stochastic volatility jump-diffusions for European equity index dynamics. *European Financial Management*, 2013, 19(3): 470-496.
- [7] CHANG C, CHEN L J, FUH C D. The pricing of risk and sentiment: a study of executive stock options. *Financial Management*, 2013, 42(1): 79-99.
- [8] GONG X L, ZHUANG X T. Option pricing and hedging for optimized Lévy driven stochastic volatility models. *Chaos, Solitons & Fractals*, 2016, 91: 118-127.
- [9] KOU S G. A jump-diffusion model for option pricing. *Management Science*, 2002, 48(8): 1086-1101.
- [10] KOU S G, WANG H. Option pricing under a double exponential jump diffusion model. *Management Science*, 2004, 50(9): 1178-1192.
- [11] 向华, 杨招军. 跳过程下的公司证券定价和最优资本结构. *中国管理科学*, 2014, 22(8): 29-36.  
XIANG Hua, YANG Zhaojun. The pricing of the corporate securities and the optimal capital structure under a jump diffusion process. *Chinese Journal of Management Science*, 2014, 22(8): 29-36. (in Chinese)
- [12] 杨招军, 赵志明, 罗鹏飞. 双指数跳收益与混合担保的企业资本结构. *系统工程*, 2016, 34(4): 26-32.  
YANG Zhaojun, ZHAO Zhiming, LUO Pengfei. Capital structure under a mixed guarantee and a double exponential jump diffusion model. *Systems Engineering*, 2016, 34(4): 26-32. (in Chinese)
- [13] 谢赤, 张娇艳, 王纲金, 等. 人民币短期利率行为研究方法的一个改进: 双指数 Jump-GARCH-Vasicek 模型的构建与应用. *运筹与管理*, 2014, 23(5): 198-204.  
XIE Chi, ZHANG Jiaoyan, WANG Gangjin, et al. An improvement of research methods on the behavior of RMB short-term interest rates: construction and application of double exponential jump-GARCH-Vasicek model. *Operations Research and Management Science*, 2014, 23(5): 198-204. (in Chinese)
- [14] 宋殿宇, 金华, 刘善存. 双指数跳扩散过程下带违约风险的可转债定价. *系统工程*, 2011, 29(6): 60-64.  
SONG Dianyu, JIN Hua, LIU Shancun. The convertible bonds pricing with default risk under double exponential jump diffusion process. *Systems Engineering*, 2011, 29(6): 60-64. (in Chinese)
- [15] 罗长青, 朱慧明, 欧阳资生. 跳跃-扩散条件下信用风险相关性度量的变结构 Copula 模型. *中国管理科学*, 2014, 22(3): 1-12.  
LUO Changqing, ZHU Huiming, OUYANG Zisheng. Variable structure Copula models of credit risk correlation under the condition of jump-diffusion process. *Chinese Journal of Management Science*, 2014, 22(3): 1-12. (in Chinese)
- [16] 王良, 刘潇, 贾宇洁. 基于跳扩散过程的 ETF 基金动态市场风险测度研究. *管理评论*, 2017, 29(3): 12-26.  
WANG Liang, LIU Xiao, JIA Yujie. A study on the dynamic market risk measurement of ETF based on the jump diffusion process. *Management Review*, 2017, 29(3): 12-26. (in Chinese)
- [17] 周伟, 何建敏, 余德建. 随机跳变广义双指数分布下的

- 双重跳跃扩散模型及应用. *系统工程理论与实践*, 2013, 33(11): 2746-2756.
- ZHOU Wei, HE Jianmin, YU Dejian. Double-jump diffusion model based on the generalized double exponential distribution of the random jump and its application. *System Engineering-Theory & Practice*, 2013, 33(11): 2746-2756. (in Chinese)
- [18] 胡素华, 张世英, 张彤. 双指数跳跃扩散模型的MCMC估计. *系统工程学报*, 2006, 21(2): 113-118.
- HU Suhua, ZHANG Shiyong, ZHANG Tong. Using MCMC method to estimate double exponential jump diffusion mode. *Journal of Systems Engineering*, 2006, 21(2): 113-118. (in Chinese)
- [19] BOLLERSLEV T, KRETSCHMER U, PIGORSCH C, et al. A discrete-time model for daily S&P 500 returns and realized variations: jumps and leverage effects. *Journal of Econometrics*, 2009, 150(2): 151-166.
- [20] 陈蓉, 方坤明. 波动率风险溢价: 时变特征及影响因素. *系统工程理论与实践*, 2011, 31(4): 761-770.
- CHEN Rong, FANG Kunming. Volatility risk premium in Hong Kong stock market. *System Engineering-Theory & Practice*, 2011, 31(4): 761-770. (in Chinese)
- [21] HORVATH R, SOPOV B. GARCH models, tail indexes and error distributions: an empirical investigation. *The North American Journal of Economics and Finance*, 2016, 37: 1-15.
- [22] 吴恒煜, 朱福敏, 温金明. 带杠杆效应的无穷纯跳跃Levy过程期权定价. *管理科学学报*, 2014, 17(8): 74-94.
- WU Hengyu, ZHU Fumin, WEN Jinming. Option pricing based on conditional infinite pure jump Lévy processes with leverage effect. *Journal of Management Science in China*, 2014, 17(8): 74-94. (in Chinese)
- [23] 刘建桥, 孙文全. 沪深300仿真股指期货价格不对称跳跃波动的实证分析. *数理统计与管理*, 2010, 29(6): 1096-1103.
- LIU Jianqiao, SUN Wenquan. An empirical research on volatility asymmetry and jump behavior of CSI 300 index futures mock trading price. *Journal of Applied Statistics and Management*, 2010, 29(6): 1096-1103. (in Chinese)
- [24] 赵华, 王一鸣. 中国期货价格的时变跳跃性及对现货价格影响的研究. *金融研究*, 2011(1): 195-206.
- ZHAO Hua, WANG Yiming. Time-varying jump of behaviors of China's futures price and the impacts of jumps on spot price. *Journal of Financial Research*, 2011(1): 195-206. (in Chinese)
- [25] 赵华. 基于期现共跳的股指期货套期保值研究. *数理统计与管理*, 2016, 35(5): 916-928.
- ZHAO Hua. A study of hedging for stock index futures with common jumps between futures and spot markets. *Journal of Applied Statistics and Management*, 2016, 35(5): 916-928. (in Chinese)
- [26] 陈海强, 张传海. 股指期货交易会降低股市跳跃风险吗?. *经济研究*, 2015, 50(1): 153-167.
- CHEN Haiqiang, ZHANG Chuanhai. Does index futures trading reduce stock market jump risk? Evidence from the Chinese stock market. *Economic Research Journal*, 2015, 50(1): 153-167. (in Chinese)
- [27] 张金锁, 金浩, 邹绍辉. 基于跳扩散模型的石油价格长期趋势分析. *系统工程理论与实践*, 2015, 35(1): 67-74.
- ZHANG Jinsuo, JIN Hao, ZOU Shaohui. Long term analysis of oil price forecasting based on jump-diffusion models. *System Engineering-Theory & Practice*, 2015, 35(1): 67-74. (in Chinese)
- [28] YU J F, XU W D. Pricing turbo warrants under mixed-exponential jump diffusion model. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 2016, 451: 490-501.
- [29] CHIANG M H, LI C Y, CHEN S N. Pricing currency options under double exponential jump diffusion in a Markov-modulated HJM economy. *Review of Quantitative Finance and Accounting*, 2016, 46(3): 459-482.
- [30] ERAKER B, JOHANNES M, POLSON N. The impact of jumps in returns and volatility. *Journal of Finance*, 2003, 58(3): 1269-1300.
- [31] ASGHARIAN H, BENGTSSON C. Jump spillover in international equity markets. *Journal of Financial Econometrics*, 2006, 4(2): 167-203.
- [32] ASGHARIAN H, NOSSMAN M. Risk contagion among international stock markets. *Journal of International Money and Finance*, 2011, 30(1): 22-38.
- [33] 乔高秀, 刘强, 张茂军. 沪深300股指期货上市对现货市场连续波动和跳跃波动的影响. *中国管理科学*, 2014, 22(10): 9-18.
- QIAO Gaoxiu, LIU Qiang, ZHANG Maojun. The impact of CSI 300 index futures on the continuous volatility and jump volatility of the cash market in China. *Chinese Journal of Management Science*, 2014, 22(10): 9-18. (in Chinese)
- [34] LIU Q F, TU A H. Jump spillovers in energy futures markets: implications for diversification benefits. *Energy Economics*, 2012, 34(5): 1447-1464.
- [35] 刘庆富, 许友传. 国内外非同步期货市场之间的跳跃溢出行为: 基于风险事件的视角. *系统工程理论与实践*, 2011, 31(4): 679-690.
- LIU Qingfu, XU Youchuan. Jump spillovers between domestic and overseas non-synchronous futures markets: based on the perspective of risk events. *System Engineering-Theory & Practice*, 2011, 31(4): 679-690. (in Chinese)
- [36] 刘庆富, 朱堃, 方力. 股指期货现货间的跳跃扩散效应及其信息含量: 基于跳跃变量回归模型的新证据. *复旦学报(社会科学版)*, 2013, 55(4): 17-25.
- LIU Qingfu, ZHU Yao, FANG Li. Jump diffusion and information content between stock index futures and its spot markets: a new evidence on regressive models of jump variables. *Fudan Journal (Social Sciences)*, 2013, 55(4): 17-25. (in Chinese)
- [37] VAN DER MEULEN F, SCHAUER M, VAN ZANTEN H. Reversible jump MCMC for nonparametric drift estimation for diffusion processes. *Computational Statistics & Data Analysis*, 2014, 71: 615-632.
- [38] LYKOU A, NTZOUFRAS I. On Bayesian lasso variable selection and the specification of the shrinkage parameter. *Statist-*

*tics and Computing*, 2013, 23(3):361–390.  
[39] YU C L, LI H T, WELLS M T. MCMC estimation of Lévy

jump models using stock and option prices. *Mathematical Finance*, 2011, 21(3):383–422.

## Research on Stock Index Futures Volatility under Generalized Double Exponential Distribution Jump Diffusion Model

GONG Xiaoli<sup>1</sup>, XIONG Xiong<sup>1,2</sup>, ZHUANG Xintian<sup>3</sup>

1 College of Management and Economics, Tianjin University, Tianjin 300072, China

2 China Center for Social Computing and Analytics, Tianjin 300072, China

3 School of Business Administration, Northeastern University, Shenyang 110169, China

**Abstract:** There are both continuous volatility caused by the usual information and the jumping volatility caused by the sudden impact in financial futures market. And the financial market volatility exhibits both diffusive and jumping characteristics. At the same time, there are spillover risks and flock effects in the jump and volatility behavior between the financial futures market and spot market. In addition, the returns of financial assets jumps show non-Gaussian properties, and the normal distribution assumption cannot describe the stylized phenomenon (the leptokurtic, skewed and asymmetric phenomena in noise distribution) in jumping and volatility.

Considering the leptokurtic, skewed and asymmetric phenomena in the financial futures distribution, the asymmetric and biased generalized double exponential distribution (GDED) is used to characterize the non-Gaussian features of the returns. Taking into account the time-varying, clustering property and heteroscedasticity of financial volatility sequence, and the leverage effects between returns and volatility, the generalized double exponential distribution is introduced into the double-layer jump diffusion (SVCJ) model in which the returns series and volatility series both exist relevant jumps, thus constructing the GDED-SVCJ. This jump diffusion model is driven by GDED distribution and we theoretically analyzed the superiority of the model. According to the derived likelihood function estimation expression of the model, the GDED-SVCJ parameters are solved by using the Markov chain Monte Carlo (MCMC) simulation.

And the newly constructed model is applied to the financial futures market and spot market of China for empirical researches. The jump and volatility behavioral characteristics, inter-market jump and volatility risk relevance are analyzed, which include the non-Gaussian feature analysis of two types of market jumps, the synchronic description of the stock index futures and spot, and the jump spillover behaviors, jump intensity and jump size analysis between stock futures and index.

The empirical studies show that the GDED-SVCJ model captures the leptokurtic and thick tail characteristics of the returns distribution well. The rise and fall probability of futures returns and the spot index returns are asymmetric. The futures volatile intensity is higher than the index volatility, while the persistence of stock index futures volatility is relatively lower than that of the spot index, with the stock index has stronger leverage effect. The stock index futures and spot market display two-way jump spillover effects.

The conclusion contributes to the understanding of risk transmission mechanism and the risk spillover correlation of the financial stock index futures market and the stock index spot market, as well as helping investors to avoid risks and strengthen supervision of supervisors.

**Keywords:** generalized double exponential distribution; jump diffusion model; leptokurtosis; jump spillover

**Received Date:** March 24<sup>th</sup>, 2017      **Accepted Date:** November 17<sup>th</sup>, 2017

**Funded Project:** Supported by the National Natural Science Foundation of China (71532009, 71671030)

**Biography:** GONG Xiaoli is a postdoctor in the College of Management and Economics at Tianjin University. Her research interests include financial engineering and risk management. Her representative paper titled “Option pricing and hedging for optimized Lévy driven stochastic volatility models” was published in the *Chaos, Solitons & Fractals* (Volume 91, 2016). E-mail: qdgongxiaoli@126.com

XIONG Xiong, doctor in management, is a professor in College of Management and Economics at Tianjin University, and Deputy Director of China Center for Social Computing and Analytics. His research interests include computational experimental finance and big data finance. His representative paper titled “Analyzing the impact on stock index futures market volatility of arbitrage” was published in the *Systems Engineering–Theory & Practice* (Issue 3, 2014). E-mail: xypeter@tju.edu.cn

ZHUANG Xintian, doctor in management, is a professor in the School of Business Administration at Northeastern University. His research interest focuses on financial complexity. His representative paper titled “American option valuation under time changed tempered stable Lévy processes” was published in the *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications* (Volume 466, 2017). E-mail: xtzhuang@mail.neu.edu.cn □