



# 一种非线性时间序列预测模型 及对原油价格的预测

刘金培<sup>1</sup>, 林 盛<sup>1</sup>, 郭 涛<sup>1</sup>, 陈华友<sup>2</sup>

1 天津大学 管理与经济学部, 天津 300072

2 安徽大学 数学科学学院, 合肥 230039

**摘要:**针对具有非线性和不稳定性的时间序列,提出一种结合小波分解、滑动平均离散差分方程和马尔可夫方法的动态预测模型。利用小波多尺度分解将原时间序列分解到不同频率通道上,然后对分解出的低频近似小波系数利用滑动平均离散差分方程预测模型进行预测,并利用马尔可夫方法对时间序列的高频细节小波系数进行预测,最后将低频和高频的预测结果进行小波重构得到时间序列的实际预测值。原油价格的时间序列是一类典型的具有非线性和不稳定性的序列,利用此模型对 WTI 原油(周度)价格进行实证预测分析,分别预测 WTI 原油价格的整体变化趋势和周度实际原油价格。研究表明,此模型不但可以有效地预测时间序列的整体变化趋势,能从细节上对其进行有效的刻画,而且比其他基于小波的预测模型具有更高的预测精度。可以看出国际原油价格从整体上呈现周期性上涨趋势,并且不稳定的随机波动也会一直存在。

**关键词:**时间序列预测;离散差分方程预测模型;小波分解;油价预测

**中图分类号:**F224

**文献标识码:**A

**文章编号:**1672-0334(2011)06-0104-09

## 1 引言

时间序列数据存在于自然科学和社会科学的各个领域,如天文观测、股市每日的交易价格等。时间序列预测就是根据被预测事物的过去和现在的观测数据,构造特定的模型,借助一定的规则推测未来。时间序列预测一般分为线性时间序列预测和非线性时间序列预测两类,在线性时间序列预测领域,Box 等<sup>[1]</sup>提出线性自回归滑动平均(ARMA)模型的辨别、参数估计、适用性检验等一整套理论,标志着线性时间序列预测的理论已经日臻成熟。然而现实世界中许多时间序列数据呈现出很强的非线性特征,特别是对一些非线性复杂系统的研究中。为此,大量非线性预测模型被相继提出,如神经网络预测模型<sup>[2]</sup>、基于软计算的预测模型<sup>[3]</sup>、支持向量预测模型<sup>[4]</sup>和区间方法<sup>[5-6]</sup>等,利用非线性模型对时间序列数据进

行预测已经成为国内外研究的热点<sup>[7]</sup>。

国际原油价格是一类典型的非线性时间序列。在国际原油市场上,消耗和供应是调节原油价格的主要因素<sup>[8]</sup>,但因为能源有其自身的特殊性,原油价格还受到国际政治格局、消费模式、人口增长以及突发事件等各个方面的影响<sup>[9-10]</sup>。近几十年来国际原油价格骤升骤降,所以对国际原油价格进行及时有效的预测面临很大的困难和挑战。小波分析具有时频局域性、小波系数稀疏性和不同尺度自相似性的特点<sup>[11]</sup>,为非线性时间序列预测提供了一种新的工具。在小波分析的基础上,本研究结合滑动平均离散差分方程预测模型和马尔可夫预测模型提出一种动态预测模型,以美国西德克萨斯轻质(WTI)原油周度价格时间序列数据为例,利用提出的时间序列预测模型对其进行预测分析。

收稿日期:2011-02-14 修返日期:2011-11-21

基金项目:国家自然科学基金(70672027,71102139,71071002);教育部新世纪优秀人才支持计划(NCET-07-0598);安徽大学创新团队资助项目(KJTD001B,SKTD007B)

作者简介:刘金培(1984-),男,山东滨州人,天津大学管理与经济学部博士研究生,研究方向:预测与决策分析等。  
E-mail:liujinpei2009@gmail.com

## 2 相关研究评述

结合小波方法对非线性时间序列进行预测的研究主要有两类。一类是根据小波的特点,将小波方法与其他预测技术进行有机的结合。Nguyen等<sup>[12]</sup>将小波变换结合自适应机器学习或时间序列模型,如多层感知器(MLP)、径向基函数、线性回归等,对提前一个周期的能源需求和价格进行预测,预测结果表明该模型的预测精度有显著的提高。然而,该模型不足之处是只能进行短期的预测。Aggarwal等<sup>[13]</sup>提出一种基于小波多尺度分解的神经网络预测模型,该模型在对历史数据进行小波变换的基础上,结合其他时域变量作为输入变量,且将该模型的预测效果与其他7种常用预测方法进行比较,预测结果表明该方法具有更高的预测精度。采用经验风险最小化准则的神经网络模型的缺点是,虽然在学习的过程中可以使训练误差最小,然而会导致泛化误差变大。Antoniadis等<sup>[14]</sup>提出小波方法与Hilbert自回归过程相结合的连续时间预测模型;Fay等<sup>[15]</sup>提出一个基于小波变换的时间序列预测模型,该模型利用影响因素对周期性的时间序列输出进行预测,并将其应用于某地区短期时间内的电力需求预测;曹跃群等<sup>[16]</sup>基于小波变换分析农民人均纯收入变化的特征时间尺度,它的优势是能够提取时间序列数据变化的震荡周期。从Fay等<sup>[15]</sup>和曹跃群等<sup>[16]</sup>的研究可以看出小波方法处理现实时间序列预测问题时的有效性。这类方法都是利用小波多尺度分解的优势,结合传统的预测模型,提高了预测精度。

另一类是利用小波分解将不稳定的时间序列信号进行分层,然后对各层分别进行合理的预测。梁强等<sup>[11]</sup>将小波分解后的各层时间序列利用余弦函数进行拟合,该预测模型可以准确提取油价的长期趋势,从总体上把握油价长期波动的特征;徐科等<sup>[17]</sup>利用自回归(AR)预测模型对小波分解后的各层时间序列进行拟合和预测,然后将各层预测结果相加得到原时间序列的预测结果,该方法的特点是可以将非平稳的时间序列分解为多层近似意义上的平稳时间序列,然后对分解后的时间序列利用传统的时间序列模型进行预测;张冬青等<sup>[18]</sup>将隐马尔科夫模型和小波变换相结合,研究时间序列数据插值、平滑和预测等问题。隐马尔科夫的优点是可以滤除时间序列的随机噪声,便于时间序列的后续分析。这一类方法先利用小波分解对原时间序列进行分层,然而小波分解后的低频趋势序列和高频细节序列具有不同的非线性特点,不宜使用单一方式进行统一处理。

一般来说,低频趋势序列具有更好的平稳性,高频细节序列相对具有更明显的波动特征。因此本研

究采取两种不同的方法对低频趋势和高频波动分别进行预测。鉴于离散差分方程预测模型(DDEPM)对时间序列的拐点数据具有更好的预测效果<sup>[19]</sup>,本研究将DDEPM进行改进,建立滑动平均离散差分方程预测模型(slip discrete difference equation prediction model, SDDEPM),从而对低频趋势序列进行更好的拟合和预测。在此基础上,针对具有非线性和不稳定性的时间序列,结合小波多尺度分解、SDDEPM和马尔可夫预测模型的特点提出一种新的预测模型。国际原油价格是一个复杂的非线性系统,根据石油价格的影响因素对其进行预测的方法具有一定的局限性<sup>[20]</sup>。对于非因素的油价时间序列预测方法主要有GM、GARCH<sup>[21]</sup>、Hilbert值自回归以及神经网络模型等<sup>[22]</sup>,然而这些预测方法对油价整体变化趋势的预测效果不够理想<sup>[11]</sup>,特别是在油价波动剧烈的情况下。本研究将新提出的时间序列预测模型引入到国际油价的预测中,并且将预测结果与其他基于小波的预测模型进行对比。

## 3 基于小波-SDDEPM-马尔可夫的时间序列预测模型

首先利用小波多尺度分解时间序列,提取出原时间序列的低频趋势序列和高频细节波动序列,然后分别利用SDDEPM和马尔可夫预测模型对低频和高频序列进行预测,再对各层的预测结果进行小波重构,得到原时间序列的预测值。

本研究使用的变量含义如下。 $S$ 为原时间序列信号; $J$ 为 $S$ 分解的层数; $\mathbf{Z}$ 为整数集合; $S_j$ 为 $S$ 分解后的第 $j$ 层近似, $j=1,2,3,\dots,J$ ;  $W_j$ 为 $S$ 分解后的第 $j$ 层细节; $a_k^j$ 为 $S_j$ 对应的分解系数, $k \in \mathbf{Z}$ ;  $b_k^j$ 为 $W_j$ 对应的分解系数; $\hat{a}_k^j$ 为 $a_k^j$ 的预测值; $\hat{b}_k^j$ 为 $b_k^j$ 的预测值; $\hat{S}$ 为 $S$ 的预测值; $\hat{S}_j$ 为 $S_j$ 的预测值。

### 3.1 时间序列的小波分解

小波分解可以将一个复杂的时间序列信号分解成一系列不同频率的简单信号,分解后的各层信号具有单一的频率,从而具有更好的平稳性。根据小波多分辨率分析的基本原理,每一层分解把输入信号分解成一个低频的粗略近似和高频的细节分布,低频部分反映信号的长期趋势,高频部分反映信号的短期波动。对于原时间序列信号 $S$ 进行分解,第一次分解将 $S$ 分解出一个高频的细节 $W_1$ 和一个信号近似 $S_1$ ,并且满足 $S=S_1+W_1$ ,如图1所示,依次进行下去。这样经过 $J$ 层分解,信号 $S$ 最终被分解为 $S=W_1+W_2+\dots+W_J+S_J$ ,其中, $W_1, W_2, \dots, W_J$ 为信号 $S$ 在不同频率上的细节波动, $S_J$ 为信号 $S$ 的粗略近似,反映时间序列整体的变动趋势。

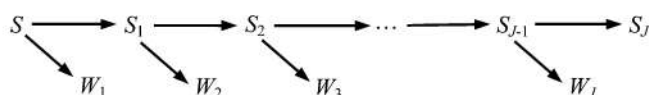


图1 时间序列信号 $S$ 的分解

Figure 1 Decomposition of Time Series Signal  $S$

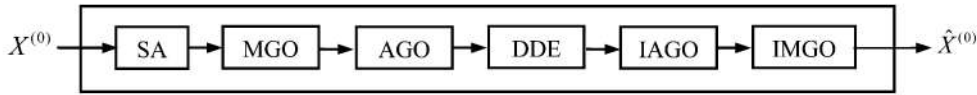


图 2 滑动平均的离散差分方程预测建模流程

Figure 2 Modeling Procedure of Slip Discrete Difference Equation Prediction Model

对时间序列信号  $S$ , 利用  $\hat{a}$ Trous 算法对其进行如图 1 所示的小波分解, 则

$$S_j = \sum_{k \in \mathbb{Z}} a_k^j \cdot 2^{-\frac{j}{2}} \phi(2^{-j}t - k) \quad (1)$$

其中,  $\phi(\varepsilon)$  为小波尺度函数,  $\varepsilon \in (-\infty, +\infty)$ ;  $t$  为信号  $S$  的时刻取值。

$$W_j = \sum_{k \in \mathbb{Z}} b_k^j \cdot 2^{-\frac{j}{2}} \varphi(2^{-j}t - k), j = 1, 2, \dots, J \quad (2)$$

其中,  $\varphi(\varepsilon)$  为 Haar 小波函数, 且满足  $\varphi(\varepsilon) = \phi(2\varepsilon) - \phi(2\varepsilon - 1)$ 。从 (1) 式和 (2) 式可以看出, 反映信号长期趋势的  $S_j$  对应系数序列  $a_k^j$ , 而信号在各个高频空间上的波动对应系数序列  $b_k^j$ 。因此, 若要在小波多尺度分解的基础上对时间序列信号  $S$  进行预测, 可以分别对各个系数序列进行预测, 然后通过小波重构得到  $S$  的实际预测值。

另外, 在小波多尺度分解过程中还存在分解层数如何确定的问题, 分解的层数越多, 信号的频率段划分得越细, 每一层平稳性就会越好, 更利于拟合。但是随着分解层数越多, 整体的预测误差越大, 使预测精度下降。因此, 本研究根据整体预测误差最小化的准则确定分解的层数。

### 3.2 滑动平均离散差分方程预测模型

建立滑动平均离散差分方程预测模型, 对反映时间序列长期趋势的  $S_j$  对应的系数序列  $a_k^j$  进行预测。

离散差分方程预测模型采用单变量二阶差分方程式建模, 对时间序列数据的拐点具有更好的预测效果<sup>[19]</sup>。为了克服系数序列  $a_k^j$  过度波动带来的影响, 本研究对 DDEPM 进行改进, 建立滑动平均离散差分方程预测模型, 图 2 为该模型的建模流程, 图中各变量含义见下面分析。建模步骤如下。

(1) 滑动平均 (SA)。设原时间序列数据为  $X^{(0)}$ ,  $X^{(0)} = \{x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), \dots, x^{(0)}(n)\}$ ,  $x^{(0)}(i)$  为时间  $i$  的样本数据,  $i = 1, 2, \dots, n$ 。采用滑动平均法对原始数据进行处理, 滑动平均的计算公式为

$$y^{(0)}(i) = \begin{cases} \frac{2x^{(0)}(1) + x^{(0)}(2)}{3} & i = 1 \\ \frac{x^{(0)}(i-1) + x^{(0)}(i) + x^{(0)}(i+1)}{3} & 1 < i < n \\ \frac{x^{(0)}(n-1) + 2x^{(0)}(n)}{3} & i = n \end{cases} \quad (3)$$

得到新的时间序列数据为

$$Y^{(0)} = \{y^{(0)}(1), y^{(0)}(2), \dots, y^{(0)}(n)\}$$

(2) 映射运算 (MGO)。对得到的新的时间序列数据  $Y^{(0)}$  做映射运算, 得到映射序列  $R^{(0)} = \{r^{(0)}(1), r^{(0)}(2), \dots, r^{(0)}(n)\}$ 。映射运算的公式为

$$r^{(0)}(i) = \mu y^{(0)}(i) + s \quad (4)$$

其中,  $\mu$  为伸缩因子,  $s$  为平移因子。对任意序列  $Y^{(0)}$ , 选择合适的  $\mu$  和  $s$  取值, 使  $r^{(0)}(i) > 0$ 。

(3) 计算一阶累加 (1-AGO) 序列。对序列  $R^{(0)} = \{r^{(0)}(1), r^{(0)}(2), \dots, r^{(0)}(n)\}$  作一阶累加, 生成  $R^{(0)}$  的 (1-AGO) 序列  $R^{(1)}$ ,  $R^{(1)} = \{r^{(1)}(1), r^{(1)}(2), \dots, r^{(1)}(n)\}$ , 其中

$$r^{(1)}(i) = \sum_{k=1}^i r^{(0)}(k), i = 1, 2, \dots, n \quad (5)$$

(4) 建立二阶差分方程模型 (DDE) 并求解。对生成的 (1-AGO) 序列  $R^{(1)}$  进行建模, 建模方程式为

$$r^{(1)}(p+2) + \alpha r^{(1)}(p+1) + \beta r^{(1)}(p) = 0 \quad (6)$$

$$p = 1, 2, \dots, n-2$$

其中,  $\alpha$  和  $\beta$  为待估参数;  $p$  本身没有实际含义, 取一般的整数即可。利用最小二乘法可得参数  $\alpha$  和  $\beta$  的估计值, 若令

$$U = \begin{pmatrix} -r^{(1)}(2) & -r^{(1)}(1) \\ -r^{(1)}(3) & -r^{(1)}(2) \\ \vdots & \vdots \\ -r^{(1)}(n-1) & -r^{(1)}(n-2) \end{pmatrix}_{(n-2) \times 2}$$

$$V = \begin{pmatrix} r^{(1)}(3) \\ r^{(1)}(4) \\ \vdots \\ r^{(1)}(n) \end{pmatrix}$$

则参数  $\alpha$  和  $\beta$  的计算式为

$$\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} = (U^T U)^{-1} U^T V$$

下面对二阶常系数线性齐次差分方程 (6) 式求解。(6) 式的特征方程为  $\lambda^2 + \alpha\lambda + \beta = 0$ , 特征根为  $\lambda_1 = \frac{-\alpha + \sqrt{\alpha^2 - 4\beta}}{2}$  和  $\lambda_2 = \frac{-\alpha - \sqrt{\alpha^2 - 4\beta}}{2}$ 。针对  $\lambda_1$  和  $\lambda_2$  的情况进行讨论。

① 当  $\lambda_1 \neq \lambda_2$ , 且均为实根时, 差分方程的解形式为

$$r^{(1)}(p) = C_1 \lambda_1^p + C_2 \lambda_2^p \quad (7)$$

其中,

$$C_1 = \frac{\lambda_2 r^{(0)}(1) - r^{(0)}(1) - r^{(0)}(2)}{\lambda_1 \lambda_2 - \lambda_1^2}$$

$$C_2 = \frac{\lambda_1 r^{(0)}(1) - r^{(0)}(1) - r^{(0)}(2)}{\lambda_1 \lambda_2 - \lambda_2^2}$$

② 当  $\lambda_1 = \lambda_2$ , 且均为实根时, 差分方程的解形式为

$$r^{(1)}(p) = C_1 \lambda_1^p + C_2 p \lambda_1^p \quad (8)$$

其中,

$$C_1 = \frac{r^{(0)}(1)(2\lambda_1 - 1) - r^{(0)}(2)}{\lambda_1^2}$$

$$C_2 = \frac{r^{(0)}(1)(1-\lambda_1) + r^{(0)}(2)}{\lambda_1^2}$$

③ 当 $\lambda_1$ 和 $\lambda_2$ 为共轭虚根时,差分方程的解形式为

$$r^{(1)}(\rho) = C_1 \rho^p \sin(\theta\rho) + C_2 \rho^p \cos(\theta\rho) \quad (9)$$

其中, $\rho = \sqrt{\beta}$ ,  $\theta = \arctan(-\frac{\sqrt{4\beta - \alpha^2}}{\alpha})$

$$C_1 = \frac{r^{(0)}(1)\rho\cos(2\theta) - r^{(0)}(1)\cos\theta - r^{(0)}(2)\cos\theta}{\rho^2[\sin\theta \cdot \cos(2\theta) - \cos\theta \cdot \sin(2\theta)]}$$

$$C_2 = \frac{r^{(0)}(1)\sin\theta - r^{(0)}(2)\sin\theta - r^{(0)}(1)\rho\sin(2\theta)}{\rho^2[\sin\theta \cdot \cos(2\theta) - \cos\theta \cdot \sin(2\theta)]}$$

(5) 逆累加生成运算(IAGO)。根据第4步的求解结果,进行逆累加运算,得到映射序列的预测值 $\hat{r}^{(0)}(i)$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ),有

$$\hat{r}^{(0)}(i) = \hat{r}^{(1)}(i) - \hat{r}^{(1)}(i-1) \quad (10)$$

(6) 逆映射运算(IMGO)。由于在进行累加建模前数列进行了一次映射变换,因此有必要对数列进行逆映射运算,得到序列的预测值。时间序列数据在时刻*i*的预测值为

$$\hat{x}^{(0)}(i) = \frac{\hat{r}^{(0)}(i) - s}{\mu} \quad (11)$$

通过建模步骤(1)~(6),可以根据任意已知的时间序列样本预测任意时刻的指标值。

利用此模型对系数序列 $a_k^j$ 进行动态预测。首先选取系数序列的前*n*个值为样本数据,对第(*n*+1)个系数进行预测,然后去掉系数序列的第1个值并且加上(*n*+1)个系数的预测值作为新的样本数据预测第(*n*+2)个系数值,按照此方法依次进行下去。这样就得到一个新的预测序列 $\hat{a}_k^j$ ,将其代入

$$\hat{S}_J = \sum_{k=Z}^J \hat{a}_k^j \cdot 2^{-\frac{1}{2}} \phi(2^{-j}t - k) \quad (12)$$

即可得到时间序列的整体变动趋势 $\hat{S}_j$ 。

### 3.3 马尔可夫模型对高频波动系数的预测

对于时间序列信号*S*在各个高频空间上对应的系数序列 $b_k^j$ ,采用马尔可夫预测方法对其进行预测。根据原系数序列的波动范围将系数序列平均划分为*m*个状态区间 $[B_1, T_1), [B_2, T_2), \dots, [B_m, T_m]$ , $B_l$ 为状态*l*的下限, $T_l$ 为状态*l*的上限, $l = 1, 2, \dots, m$ ,*m*的取值根据二次拟合误差最小的原则来确定。用频率近似的方法建立系数序列的一步状态转移概率矩阵*Q*, $Q = (q_{lh})_{m \times m}$ , $q_{lh}$ 为状态*l*向状态*h*的一步转移概率。假设在对原数据序列样本共*N*次的观察中系统处于状态*l*有 $n_l$ 次,满足 $N = \sum_{l=1}^m n_l$ ,当系统当前处于状态*l*在下一个时刻转移到状态*h*的次数为 $n_{lh}$ ,有 $q_{lh} = \frac{n_{lh}}{n_l}$ 。利用(13)式预测系数序列。对系数序列 $b_k^j$ ,若上一期的值属于状态*l*,则本期的预测值为

$$\hat{b}_k^j = \sum_{h=1}^m q_{lh} \cdot \frac{B_h + T_h}{2} \quad (13)$$

据此可求得各高频波动系数序列的预测值 $\hat{b}_k^j$ 。

根据各层系数的预测值 $\hat{a}_k^j$ 和 $\hat{b}_k^j$ ,利用 $\hat{a}$ Trous 重构

算法,计算时间序列信号*S*的预测值 $\hat{S}$ 。通过基于小波-SDDEPM-马尔可夫的时间序列预测模型,不但可以对时间序列数据进行趋势和细节的分析,而且能在此基础上对时间序列未来的发展和变化进行合理的预测。

基于小波-SDDEPM-马尔可夫的时间序列预测模型与其他模型的区别如下。①本模型对小波分解后的低频和高频对应的系数预测分别采用SDDEPM和马尔科夫预测两种不同的方法,这两种方法分别适用于整体趋势预测和细节波动预测;②本模型不需要对时间序列的影响因素进行预测,避免了因影响因素选取不合理等带来的预测误差;③在预测过程中采用动态预测方法,这样就保证了预测过程的连续性,因而该方法对带有剧烈波动的非线性时间序列数据具有良好的预测效果。国际原油价格时间序列随着各影响因素的变化表现出短时间内剧烈波动性的特点,是一类典型的具有不稳定性的非线性时间序列,正好符合该预测模型的特点,所以运用该方法预测国际原油价格应该具有很好的适用性。

## 4 实证研究

以2009年1月2日至2010年11月19日共99周的WTI原油价格为例,详细数据见表1。用本研究提出的方法进行原油价格时间序列分析和预测,采用美国能源信息署(EIA)官方网站公布的数据。

利用 $\hat{a}$ Trous算法,由(1)式和(2)式,对表1中99个油价时间序列数据信号*S*进行多尺度分解,分解过程满足 $S = S_2 + W_1 + W_2$ ,分解两层后,此时 $J = 2$ ,分解结果如图3。从图3可以看出, $S_2$ 是油价时间序列的低频近似,反映了WTI周度油价数据在低频的变动趋势,油价在这99周时间段内,约前45周呈现出明显的上涨趋势,后面44周上涨趋势变缓。 $W_1$ 和 $W_2$ 分别为油价在两个高频空间的细节波动,且油价细节的波动在两个高频空间里不具有明显的规律性。

$S_2$ 所对应的系数序列 $a_k^2$ 为{85.01, 78.53, 90.07, 101.84, 106.54, 131.49, 135.07, 132.42, 140.71, 139.66, 152.57, 155.77, 147.27, 159.30, 150.05, 161.27, 167.48, 160.97, 143.09, 151.42, 156.99, 149.92, 151.13, 163.82, 171.76}。根据3.2中的步骤,利用SDDEPM对系数序列进行动态预测,取 $s = 0$ ,  $\mu = 1$ ,得到预测值 $\hat{a}_k^2$ 的时间序列为{85.00, 80.54, 90.15, 99.48, 111.54, 131.57, 132.71, 134.17, 136.59, 137.58, 150.22, 152.66, 150.92, 156.06, 146.15, 163.11, 164.39, 161.79, 141.42, 148.18, 153.20, 150.66, 150.61, 161.61, 170.76}。然后将 $\hat{a}_k^2$ 代入(12)式,即可得到油价趋势序列 $S_2$ 的预测结果, $S_2$ 的预测值与实际油价*S*的对比如图4所示。由于滑动平均离散差分方程预测模型可以很好地预测时间序列数据的拐点,因此对 $S_2$ 的预测反映了油价信号在低频空间上的拐点和升降趋势。可见,对油价整体趋势的预测有效地反映了油价数据信号整体粗略的上涨和下跌趋势。

表1 WTI 周度原油价格(单位:美元/桶)  
Table 1 WTI Weekly Oil Price (unit: dollars/barrel)

时间	油价	时间	油价	时间	油价	时间	油价	时间	油价
2009-01-02	46.35	2009-05-22	60.32	2009-10-09	71.03	2010-02-26	79.20	2010-07-16	76.28
2009-01-09	44.53	2009-05-29	63.66	2009-10-16	75.75	2010-03-05	80.25	2010-07-23	77.60
2009-01-16	36.92	2009-06-05	68.09	2009-10-23	79.87	2010-03-12	81.70	2010-07-30	78.17
2009-01-23	42.20	2009-06-12	70.92	2009-10-30	78.50	2010-03-19	81.39	2010-08-06	81.92
2009-01-30	42.53	2009-06-19	70.68	2009-11-06	78.98	2010-03-26	80.69	2010-08-13	78.17
2009-02-06	40.52	2009-06-26	68.60	2009-11-13	78.16	2010-04-02	83.71	2010-08-20	74.84
2009-02-13	36.92	2009-07-02	69.47	2009-11-20	78.36	2010-04-09	85.96	2010-08-27	72.92
2009-02-20	37.10	2009-07-10	61.40	2009-11-27	76.04	2010-04-16	84.60	2010-09-03	73.90
2009-02-27	41.69	2009-07-17	61.30	2009-12-04	76.85	2010-04-23	82.97	2010-09-10	74.70
2009-03-06	43.27	2009-07-24	65.13	2009-12-11	71.56	2010-04-30	84.11	2010-09-17	75.50
2009-03-13	45.68	2009-07-31	66.96	2009-12-18	71.70	2010-05-07	79.98	2010-09-24	73.73
2009-03-20	49.50	2009-08-07	71.44	2009-12-24	74.42	2010-05-14	74.88	2010-10-01	78.33
2009-03-27	53.12	2009-08-14	69.83	2009-12-31	79.01	2010-05-21	69.28	2010-10-08	82.36
2009-04-03	50.31	2009-08-21	70.76	2010-01-08	82.42	2010-05-28	70.34	2010-10-15	82.14
2009-04-09	50.45	2009-08-28	72.48	2010-01-15	80.22	2010-06-04	73.22	2010-10-22	81.17
2009-04-17	49.80	2009-09-04	68.36	2010-01-22	76.95	2010-06-11	73.33	2010-10-29	81.96
2009-04-24	47.97	2009-09-11	70.98	2010-01-29	73.98	2010-06-18	76.66	2010-11-05	84.99
2009-05-01	51.06	2009-09-18	71.34	2010-02-05	75.07	2010-06-25	76.97	2010-11-12	86.81
2009-05-08	55.99	2009-09-25	68.22	2010-02-12	73.91	2010-07-02	74.77	2010-11-19	82.10
2009-05-15	58.07	2009-10-02	68.79	2010-02-19	77.14	2010-07-09	74.44		

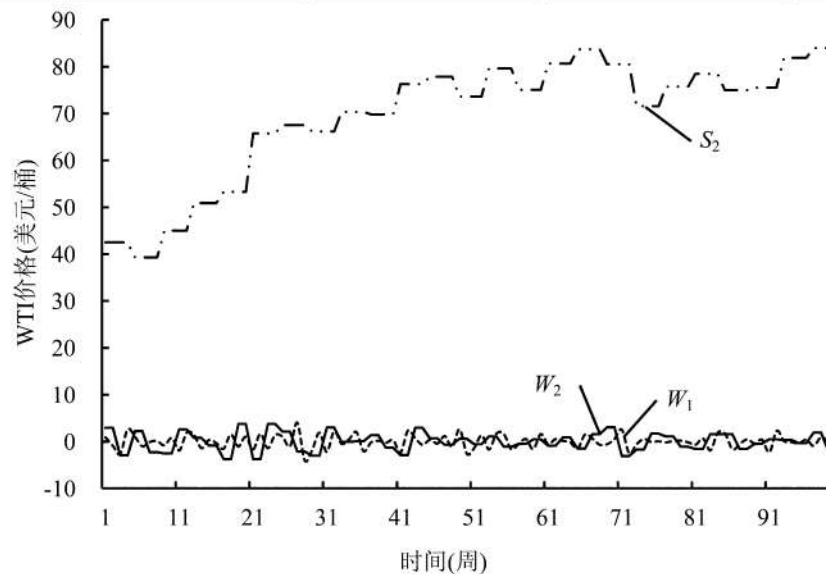


图3 油价的小波分解结果  
Figure 3 Wavelet Decomposition Result of Oil Prices

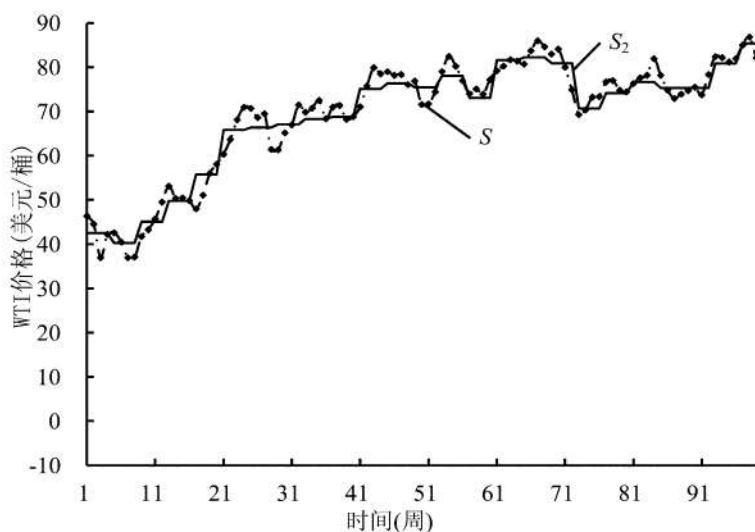


图4 油价长期趋势的预测结果与实际油价的比较

Figure 4 Comparison between Forecasting Result of Long-term Trend and Real Oil Prices

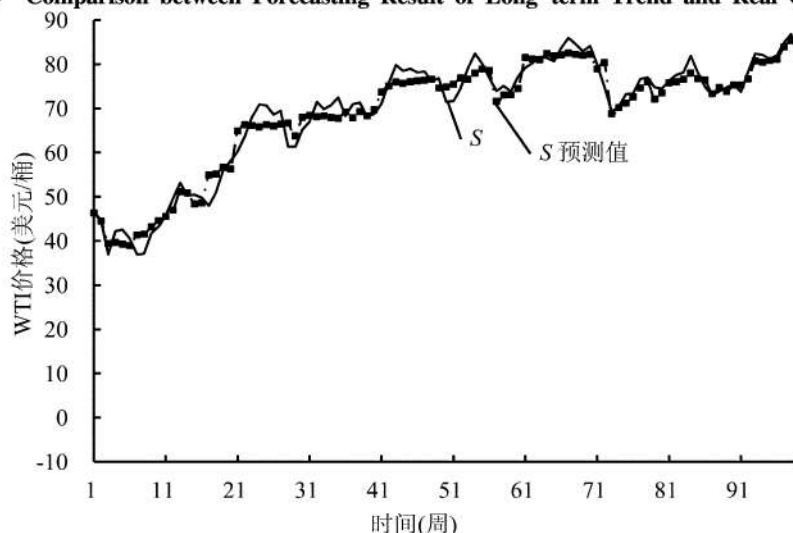


图5 油价的预测值与实际值

Figure 5 Forecasting Value and Real Value of Oil Prices

对于油价信号的高频细节波动  $W_1$  和  $W_2$  所对应的系数序列  $b_k^1$  和  $b_k^2$ , 根据系数序列波动范围, 可将其平均分为4个、5个或6个状态。由于分为4个或6个状态时二次拟合值误差较大, 故本研究选取划分为5个状态。根据3.3的步骤, 用频率近似建立系数序列的状态转移概率矩阵, 可得它们的状态转移概率矩阵分别为

$$Q_1 = \begin{pmatrix} 0.15 & 0.23 & 0.46 & 0.15 & 0 \\ 0.39 & 0.33 & 0.17 & 0.11 & 0 \\ 0.25 & 0.33 & 0.25 & 0.08 & 0.08 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$Q_2 = \begin{pmatrix} 0.25 & 0 & 0.25 & 0.25 & 0.25 \\ 0 & 0 & 0 & 0.75 & 0.25 \\ 0 & 0.25 & 0.25 & 0.50 & 0 \\ 0.25 & 0.13 & 0.25 & 0.25 & 0.12 \\ 0.25 & 0.50 & 0 & 0 & 0.25 \end{pmatrix}$$

然后根据(13)式得到  $b_k^1$  和  $b_k^2$  序列的马尔可夫预测值。在此基础上, 利用  $\hat{a}$ Trous 重构算法, 得到周度油价序列  $S$  的预测值, 油价时间序列预测结果见图5。滑动平均离散差分方程预测模型可以有效预测时间序列的拐点和整体趋势, 马尔可夫模型可以对高频的细节波动进行预测, 本研究提出的预测方法在小波分解的基础上结合离散差分方程预测模型和马尔可夫预测模型的优点, 所以对时间序列数据整体趋势以及拐点和波动的预测都取得了良好的效果。从图5可以看出, 预测结果不但整体上有效地预测出原油价格的上涨和下跌趋势, 并且细节上对油价波动也进行了有效的贴合。

为了检验本研究提出的预测模型的有效性, 将该预测模型与梁强等<sup>[11]</sup>的小波-余弦预测模型和徐科等<sup>[17]</sup>的小波-AR预测模型进行对比分析, 3种方法的预测效果对比见图6。可以看出, 小波-余弦预测模型的特点是能更好地反映时间序列的周期性,

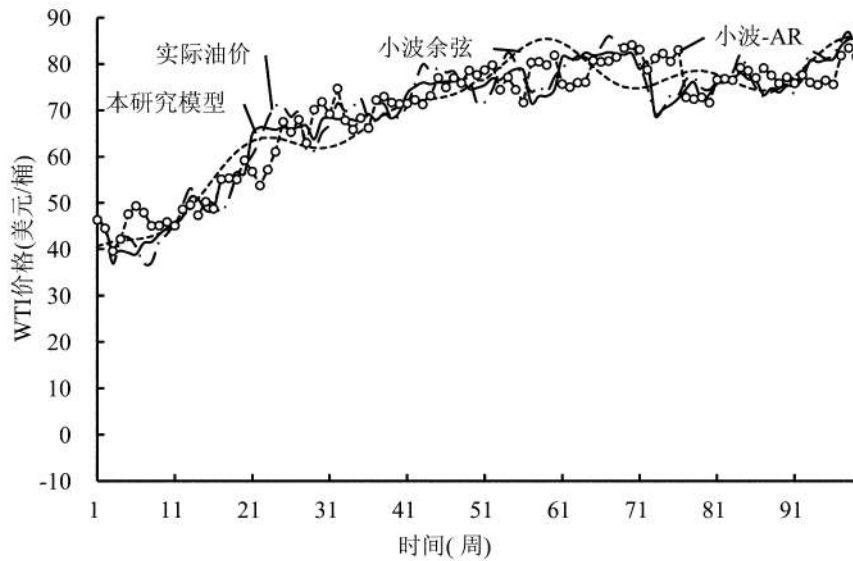


图 6 3 种预测模型的预测结果对比  
Figure 6 Forecasting Result Comparison of 3 Models

表 2 预测效果评价指标  
Table 2 Forecasting Effect Evaluation Index

	MAE	SSE	MSE	MAPE	MSPE
小波-SDDEPM-马尔可夫	2.07	614.10	0.25	$3.21 \times 10^{-2}$	$4.15 \times 10^{-3}$
小波-AR	3.91	2 358.37	0.49	$5.90 \times 10^{-2}$	$7.96 \times 10^{-3}$
小波-余弦	3.84	2 276.47	0.48	$5.73 \times 10^{-2}$	$7.28 \times 10^{-3}$
GM(1,1)	6.82	6 349.72	0.80	$11.21 \times 10^{-2}$	$15.04 \times 10^{-3}$
GARCH	6.70	7 906.13	0.90	$11.75 \times 10^{-2}$	$18.11 \times 10^{-3}$

小波-AR 预测模型适用于预测小波分解后各层都比较平稳的时间序列,对于周期性不明显和不稳定性的非线性时间序列,本研究提出的方法具有更好的预测效果。

为了进一步证明本研究提出预测模型的有效性,利用GM(1,1)模型和 GARCH 模型对表 1 中的原油时间序列数据进行预测。分别采用平均绝对误差 (MAE)、误差平方和 (SSE)、均方误差 (MSE)、平均绝对百分比误差 (MAPE) 和均方百分比误差 (MSPE) 5 种常用的误差指标评价 5 种模型的预测精度。误差指标的计算公式见 (14) 式 ~ (18) 式,设原油价格时间序列第  $\omega$  期的实际值为  $\eta_\omega$ ,预测值为  $\hat{\eta}_\omega$ ,有

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{\omega=1}^n |\eta_\omega - \hat{\eta}_\omega| \quad (14)$$

$$MSE = \frac{1}{n} \sqrt{\sum_{\omega=1}^n (\eta_\omega - \hat{\eta}_\omega)^2} \quad (15)$$

$$SSE = \sum_{\omega=1}^n (\eta_\omega - \hat{\eta}_\omega)^2 \quad (16)$$

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{\omega=1}^n \left| \frac{\eta_\omega - \hat{\eta}_\omega}{\eta_\omega} \right| \quad (17)$$

$$MSPE = \frac{1}{n} \sqrt{\sum_{\omega=1}^n \left( \frac{\eta_\omega - \hat{\eta}_\omega}{\eta_\omega} \right)^2} \quad (18)$$

根据(14)式~(18)式得出 5 种误差指标的计算结果,见表 2,误差指标越小,说明预测精度越高。可以看出,对于原油价格这种非平稳的非线性时间序列预测,3 种基于小波预测模型的预测精度要普遍高于 GM(1,1) 和 GARCH 这两种传统的预测模型,并且本研究提出的预测模型的误差指标又明显低于另外 4 种预测模型的误差指标。因此,从实证角度说明本研究提出的预测模型具有更高的预测精度和更好的适用性。

进一步用表 1 的 99 个样本数据对 2010 年 11 月 26 日和 2010 年 12 月 3 日的周度油价数据进行预测,得

到的预测值分别是81.10美元/桶和84.57美元/桶,相比实际的81.60美元/桶和86.75美元/桶,MAE仅为1.34,同时预测出油价在这两周的增长趋势也与实际相符,达到了满意的预测效果。实际油价比预测结果略高的原因是这两周里冬季寒冷天气拉升取暖油需求、美欧等国经济数据好于预期、朝韩战争预期增大且欧佩克决定保持产量不变,所有这些因素综合导致油价上涨的趋势高于模型预测的结果。

## 5 结论

构建一种结合小波多尺度分解、SDDEPM和马尔可夫方法的动态预测模型,并应用此模型对西德克萨斯轻质(WTI)原油周度价格进行实证预测分析,将该模型与其他4种预测模型的预测结果进行对比分析,说明该模型对于国际原油价格时间序列预测的适用性,得出如下结论。

首先,通过基于小波分解-SDDEPM-马尔可夫的时间序列预测模型对非平稳时间序列的预测过程可以看出,该模型不但可以从整体上有效地预测时间序列的变化趋势,分析时间序列的波动周期,并且也能从高频波动细节上对其进行有效的刻画。

其次,针对具有不稳定性的非线性时间序列,该预测模型相比GM(1,1)、GARCH模型、小波-余弦以及小波-AR具有更高的预测精度。国际原油价格受到多种因素的影响,是一个复杂的非线性系统,从预测结果可以看出未来一段时间国际原油价格从整体上呈现周期性上涨趋势,从细节上来说不稳定的随机波动也会一直存在。

石油资源对世界经济的发展越来越重要,国际原油价格的时间序列具有较大的不稳定性,较为准确地预测未来的油价,可以对国家的石油出口和进口政策以及保障能源安全提供重要的参考依据。考虑到突发事件,如政治动荡、自然灾害等影响因素,后续研究将提出更为适用的非线性时间序列预测模型,对国际原油价格进行更加合理、准确的预测。

## 参考文献:

- [1] Box G E P, Jenkins G M, Reinsel G C. Time series analysis: Forecasting and control [M]. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1994.
- [2] Song A, Lu J. Evolving Gaussian RBF network for nonlinear time series modelling and prediction [J]. Electronics Letters, 1998, 34(12): 1241-1243.
- [3] Ghaffari A, Zare S. A novel algorithm for prediction of crude oil price variation based on soft computing [J]. Energy Economics, 2009, 31(4): 531-536.
- [4] Xie W, Yu L, Xu S Y, Wang S Y. A new method for crude oil price forecasting based on support vector machines [J]. Lecture Notes in Computer Science, 2006, 3994: 444-451.
- [5] Hu C, He L T. An application of interval methods for stock market forecasting [J]. Reliable Computing, 2007, 13(5): 423-434.
- [6] He L T, Hu C, Casey K M. Prediction of variability in mortgage rates: Interval computing solutions [J]. The Journal of Risk Finance, 2009, 10(2): 142-154.
- [7] Ye M, Zyren J, Shore J. Forecasting crude oil spot price using OECD petroleum inventory levels [J]. International Advances in Economic Research, 2002, 8(4): 324-334.
- [8] Ye M, Zyren J, Shore J. A monthly crude oil spot price forecasting model using relative inventories [J]. International Journal of Forecasting, 2005, 21(3): 491-501.
- [9] 王金洲. 国际石油价格理论的研究 [J]. 江汉石油学院学报: 社科版, 2000, 2(1): 34-36.  
Wang Jinzhou. A study on the theory of international oil price [J]. Journal of Jianghan Petroleum Institute: Social Science Ed., 2000, 2(1): 34-36. (in Chinese)
- [10] He Y, Wang S Y, Lai K K. Global economic activity and crude oil prices: A cointegration analysis [J]. Energy Economics, 2010, 32(4): 868-876.
- [11] 梁强, 范英, 魏一鸣. 基于小波分析的石油价格长期趋势预测方法及其实证研究 [J]. 中国管理科学, 2005, 13(1): 30-36.  
Liang Qiang, Fan Ying, Wei Yiming. A long-term trend forecasting approach for oil price based on wavelet analysis [J]. Chinese Journal of Management Science, 2005, 13(1): 30-36. (in Chinese)
- [12] Nguyen H T, Nabney L T. Short-term electricity demand and gas price forecasts using wavelet transforms and adaptive models [J]. Energy, 2010, 35(9): 3674-3685.
- [13] Aggarwal S K, Saini L M, Kumar A. Electricity price forecasting in Ontario electricity market using wavelet transform in artificial neural network based model [J]. International Journal of Control, Automation, and Systems, 2008, 6(5): 639-650.
- [14] Antoniadis A, Sapatinas T. Wavelets method for continuous-time prediction using Hilbert-valued autoregressive processes [J]. Journal of Multivariate Analysis, 2003, 87(1): 133-158.
- [15] Fay D, Ringwood J. A wavelet transfer model for time series forecasting [J]. International Journal of Bifurcation and Chaos, 2007, 17(10): 3691-3696.
- [16] 曹跃群, 杨婷, 刘源超, 周加斌. 农民收入增长波动关系预测分析: 基于小波变换 [J]. 数理统计与管理, 2009, 28(4): 611-617.  
Cao Yuequn, Yang Ting, Liu Yuanchao, Zhou Jiabin. Predicting in famers' increasing income fluctuation by the wavelet transform [J]. Application of Statistics and Management, 2009, 28(4): 611-617. (in Chinese)



- [17] 徐科, 徐金梧, 班晓娟. 基于小波分解的某些非平稳时间序列预测方法 [J]. 电子学报, 2001, 29(4): 566-568.  
Xu Ke, Xu Jinwu, Ban Xiaojuan. Forecasting of some non-stationary time series based on wavelet decomposition [J]. Acta Electronica Sinica, 2001, 29(4): 566-568. (in Chinese)
- [18] 张冬青, 韩玉兵, 宁宣熙, 刘雪妮. 基于小波域隐马尔可夫模型的时间序列分析: 平滑、插值和预测 [J]. 中国管理科学, 2008, 16(2): 122-127.  
Zhang Dongqing, Han Yubing, Ning Xuanxi, Liu Xu-  
eni. Time series analysis based on wavelet-domain HMM: Smoothing, interpolation and prediction [J]. Chinese Journal of Management Science, 2008, 16(2): 122-127. (in Chinese)
- [19] Chen C M, Lee H M. An efficient gradient forecasting search method utilizing the discrete difference equation prediction model [J]. Applied Intelligence, 2002, 16(1): 43-58.
- [20] Zhang X, Lai K K, Wang S Y. A new approach for crude oil price analysis based on Empirical Model Decomposition [J]. Energy Economics, 2008, 30(3): 905-918.
- [21] Morana C. A semiparametric approach to short-term oil price forecasting [J]. Energy Economics, 2001, 23(3): 325-338.
- [22] Yu L, Wang S Y, Lai K K. Forecasting crude oil price with an EMD-based neural network ensemble learning paradigm [J]. Energy Economics, 2008, 30(5): 2623-2635.

## Nonlinear Time Series Forecasting Model and Its Application for Oil Price Forecasting

Liu Jinpei<sup>1</sup>, Lin Sheng<sup>1</sup>, Guo Tao<sup>1</sup>, Chen Huayou<sup>2</sup>

1 College of Management and Economics, Tianjin University, Tianjin 300072, China

2 School of Mathematical Science, Anhui University, Hefei 230039, China

**Abstract:** In view of unstable and nonlinear time series, a dynamic forecasting model was proposed in this paper, which integrated wavelet decomposition, Slip Discrete Difference Equation Prediction Model (SDDEPM) and Markov methods. In this model, the original time series were decomposed into different frequency channels by multi-scale wavelet. Then we predict the wavelet coefficients of the low-frequency approximation with the SDDEPM and predict the wavelet coefficients of high frequency details by Markov method, respectively. Therefore, predictive value of the original time series was obtained by wavelet reconstruction of the low and high frequency forecasting results. Since oil price time series is a typical kind of unstable and nonlinear series, and the model was applied to forecasting WTI weekly crude oil prices. The research result shows that the proposed forecasting model could not only forecast holistic fluctuation frequency of time series effectively but also characterize the details of the time series. The prediction accuracy of this model is much higher than any other wavelet-based models. It seems that the international oil price presents a standing periodic rise with stochastic volatility.

**Keywords:** time series forecast; discrete difference equation prediction model; wavelet decomposition; oil price forecast

**Received Date:** February 14<sup>th</sup>, 2011      **Accepted Date:** November 21<sup>st</sup>, 2011

**Funded Project:** Supported by the National Natural Science Foundation of China (70672027, 71102139, 71071002), the Program for New Century Excellent Talents in University of Ministry of Education (NCET-07-0598) and the Anhui University Innovation Team Foundation (KJTD001B, SK-TD007B)

**Biography:** Liu Jinpei, a Shandong Binzhou native (1984 -), is a Ph. D. candidate in the College of Management and Economics at Tianjin University. His research interests include forecasting, decision-making analysis, etc. E-mail: liujinpei2009@gmail.com      □