



# 基于 M-Copula-GJR-VaR 模型的 黄金市场最优套期保值比率研究

谢赤<sup>1,2</sup>, 屈敏<sup>1</sup>, 王纲金<sup>1,2</sup>

1 湖南大学 工商管理学院, 长沙 410082

2 湖南大学 金融与投资研究中心, 长沙 410082

**摘要:** 基于 VaR 的风险测度方法既侧重收益的负向波动风险, 又可通过置信水平的设定满足有不同风险偏好的投资者的需求。以具有金融和商品双重属性的黄金为实证对象, 充分考虑现货和期货市场的非对称性、两者之间的协整关系以及非线性相关的特征, 以风险最小化为原则, 建立 M-Copula-GJR-VaR 动态套期保值比率估计模型。采用中国市场现货价格和期货价格数据, 对比分析 M-Copula-GJR-VaR 模型与 CCC-GARCH-VaR 模型、DCC-GARCH-VaR 模型、Clayton Copula-GJR-VaR 模型和 Gumbel Copula-GJR-VaR 模型的套期保值比率和套期保值效果。研究结果表明, 经过 4 年多的发展, 套期保值效率处于 0.672~0.704 之间的中国黄金期货市场还不成熟, 套期保值功能的发挥有待提高; 采用 M-Copula-GJR-VaR 模型估计的套期保值比率最优且套期保值效果最好, 应用该模型进行黄金市场套期保值操作, 可达到以相对较少的套期保值成本较大幅度地规避现货市场价格风险的目的。

**关键词:** 黄金期货; 套期保值比率; 非线性相关; M-Copula-GJR-VaR 模型

**中图分类号:** F830.9 **文献标识码:** A **doi:** 10.3969/j.issn.1672-0334.2013.02.009

**文章编号:** 1672-0334(2013)02-0090-10

## 1 引言

随着经济全球化和贸易自由化进程的推进以及跨国资本流动的增加, 全球大宗商品价格、股票指数、国际汇率均呈现出频繁且剧烈的波动。在此背景下, 越来越多的实体经济和金融部门面临资产价格风险管理的迫切需要。众所周知, 规避现货价格波动风险最简单有效的办法是以相应品种的期货对现货进行套期保值操作, 以承受较小的基差波动风险替代较大的现货价格波动风险。2008年1月9日, 作为中国第一个兼具商品属性和金融属性的期货品种, 黄金期货开始在上海期货交易所上市。由于其价格既受市场供求关系的影响, 又与国际政治事件、主要货币汇率以及石油价格密切相关, 因而逐渐吸引了实务界和学术界的关注。近几年, 黄金价格持续上涨且波动幅度不断加大, 不确定的经济环

境进一步加大黄金价格波动的不可预测性, 关注如何通过套期保值实现期货市场的风险转移功能有利于维护黄金生产和消费的稳定运行。然而, 当前对黄金期货的研究多以定性分析为主, 定量的实证研究尚不多见。鉴于当前金融市场的不确定性以及黄金期货的特殊性, 提出一个有效的动态黄金期货套期保值比率估计方法, 无论是对黄金现货市场的风险管理, 还是对其自身的健康发展都十分重要。

## 2 相关研究评述

套期保值策略的主要内容包括确定套期保值目标函数和估计最优套期保值比率。20世纪30年代盛行的传统套期保值理论以 Keynes<sup>[1]</sup> 和 Hicks<sup>[2]</sup> 的经济学思想为核心, 该理论认为套期保值就是在期货市场建立一个与现货市场大小相等、方向相反的头寸,

收稿日期: 2012-09-15 修返日期: 2013-03-20

基金项目: 国家自然科学基金(71221001); 国家软科学研究计划(2010GXSSB141); 教育部创新群体项目(IRT0916); 湖南省自然科学基金(09JJ7002)

作者简介: 谢赤(1963-), 男, 湖南株洲人, 毕业于湖南大学, 获博士学位, 现为湖南大学工商管理学院教授、博士生导师, 研究方向: 金融工程和风险管理等。E-mail: xiechi@hnu.edu.cn

因此套期保值比率恒定为 1<sup>[3]</sup>。显然,这种“完全”的套期保值策略由于忽视了基差风险的存在,因而不具有实际意义,不过它仍然是整个套期保值理论的基础。Working<sup>[4]</sup>提出基于基差预测的选择性套期保值理论,认为套期保值者可以通过基差协议的方式,将基差风险转移给交易对手;Johnson<sup>[5]</sup>根据 Markowitz<sup>[6]</sup>的资产组合理论,提出套期保值组合收益方差最小化的套期保值思想,自此开启了现代套期保值理论先河。

Ederington<sup>[7]</sup>根据 Johnson<sup>[5]</sup>的思想,提出基于最小二乘法(ordinary least squares, OLS)的静态套期保值模型。由于该模型具有直观性和易操作的特点,在相当长一段时间内被作为套期保值的主流模型。随着计量经济学的发展,越来越多的学者认为 OLS 模型忽视了现货与期货价格序列间的协整关系,可能造成估计上的偏误。于是 Ghosh<sup>[8]</sup>充分考虑现货价格与期货价格短期偏离而长期均衡的关系,将协整理论引入套期保值比率研究中,构建一个误差修正模型(error correction model, ECM),实证结果表明,忽视序列间的协整关系将导致估计出的套期保值比率小于最优值。

20世纪80年代兴起的自回归条件异方差(ARCH)族模型热潮为研究金融时间序列中的时变方差效应和波动聚集特性提供了方法论基础,学术界开始从动态视角探讨最优套期保值比率估计问题。随后,基于广义自回归条件异方差(GARCH)计量技术的时变套期保值比率估计方法不断出现。Ku等<sup>[9]</sup>采用由 Engle等<sup>[10]</sup>提出的动态条件自相关 GARCH 模型(DCC-GARCH 模型)考察英镑和日元外汇期货最优套期保值比率,并与 GARCH 模型和 OLS 模型进行对比,发现 DCC-GARCH 模型较后两者有更好的套期保值效果,同时也证实传统 GARCH 模型效果不如 OLS 模型;Lee等<sup>[11]</sup>采用二元 Markov 机制转换 BEKK-GARCH 模型(即 BEKK 模型),对镍和玉米进行最小方差套期保值比率估计,发现与单纯的 BEKK-GARCH 模型相比,加入机制转换的模型具有更好的套期保值效果;佟孟华<sup>[12]</sup>在最小方差套期保值基础上,建立一个包含误差修正项的双变量 ECM-BGARCH 模型,将其应用到沪深300指数和股指期货套期保值组合中。

另一方面,随着 Copula 函数理论的发展,其在构造联合分布和估计相关结构方面的优势逐渐凸显,因而现货和期货价格序列的非线性相关模式被广泛应用到套期保值比率研究中。Lai等<sup>[13]</sup>采用 GARCH 模型拟合边缘分布,然后以 Copula 函数连接两个边缘分布,对东亚 5 个期货市场进行实证检验,研究结果表明, Copula-GARCH 模型在多数情况下的表现优于双变量 GARCH 模型;Lee<sup>[14]</sup>在机制转换 GARCH 模型基础上引入 Copula 函数,构建一个 Copula-based regime-switching GARCH 模型,发现引入 Copula 连接函数后,大大提高模型的套期保值效果;马超群等<sup>[15]</sup>对比分析 Copula-GARCH 模型、常相关 GARCH 模型

(CCC-GARCH 模型)和 ECM-GARCH 模型三者在外汇期货套期保值中的应用效果,研究结果表明 Copula-GARCH 模型的效果最优,其次是 CCC-GARCH 模型;张高勋等<sup>[16]</sup>结合协整理论与 Copula 函数技术两方面的各自优势,构建一个 Copula-ECM-GARCH 模型,在对中国股指期货市场的套期保值功能检验过程中证实,该模型在保证增加套期保值资产收益的同时规避超过 90% 的风险;Ghorbel 等<sup>[17]</sup>将单变量 FIEGARCH 模型与不同的时变 Archimedean Copula 函数结合起来,并假设残差服从广义帕累托分布(generalized Pareto distribution, GPD),实现了 WTI(west texas intermediate)原油、丙烷和燃料油等 3 个期货和现货品种的套期保值。

不难发现,上述套期保值比率的研究基本都是基于方差风险度量对最小方差套期保值比率展开讨论。除此之外, Hung 等<sup>[18]</sup>在寻求套期保值策略时,区分上方收益和下方损失,率先进行 VaR 框架下的套期保值比率研究。但这种套期保值策略仍然是静态的,而大多数最小方差套期保值比率研究已经显示,静态策略不如动态策略有效。Albrecht 等<sup>[19]</sup>认为,基于 VaR 和 Conditional VaR(CVaR)的风险测度方法考虑收益率分布的厚尾性,对于尾部风险控制有重要意义;套期保值应该是一个动态调整的过程,提出基于 VaR 和 CVaR 的动态套期保值策略,并建议应该结合相对成熟的多元 GARCH 模型、机制转换模型和 Copula 函数探寻更为有效的套期保值比率估计方法。

对相关文献的梳理可以发现,对于不同产品来说,套期保值的基本原理是相同的,但在进行具体的最优套期保值比率估计时却不能忽视套期保值对象的特点。本研究探讨的黄金现货和期货的套期保值问题具有一定的特殊性。首先,黄金的货币属性和投资属性使黄金现货和期货对外部因素的反应比一般商品现货和期货更为敏感,价格波动更为频繁,这决定了黄金现货和期货的投资具有更强的动态性和投机性。不过,当前主要以现货和期货套期保值资产组合收益方差最小为优化目标的套期保值策略将收益的正向和负向波动均视为风险,这种策略一方面与套期保值者真正关心的收益的负向波动造成损失的可能性的事实不太相符,另一方面未能体现出套期保值者的风险偏好。其次,现有套期保值研究中要么粗略假定现货与期货之间存在线性相关性,要么仅以单一 Copula 函数简单刻画两者间的非线性相关性。然而,实践中黄金现货与期货价格之间往往具有更为复杂的非线性相关关系,一个简单的 Copula 函数很难全面刻画出两个市场的相关结构。

综上所述,考虑到研究对象的特殊性以及现有相关研究的不足,本研究认为在寻求黄金期货套期保值策略时,一方面需要将资产组合收益与套期保值者的风险偏好结合起来,另一方面有必要将更为灵活的混合 Copula 函数引入套期保值比率研究中。本研究试图以黄金现货和期货套期保值资产组合

VaR 值最小为优化目标,推导出相应的套期保值比率表达式。在此基础上,充分考虑黄金现货和期货时间序列的协整性、长记忆性、自相关性、非对称性和非线性相关性,建立带有误差修正项的 GJR 模型,拟合黄金现货和期货市场的波动,用 M-Copula 函数刻画现货与期货的非线性相关关系,然后根据不断变化的市场风险估计最小 VaR 框架下的黄金期货动态套期保值比率,最后将 M-Copula-GJR-VaR 模型与 CCC-GARCH-VaR 模型、DCC-GARCH-VaR 模型、Clayton Copula-GJR-VaR 模型和 Gumbel Copula-GJR-VaR 模型的套期保值效果进行对比分析。

### 3 黄金期货最优套期保值比率模型的构建及其有效性的衡量

#### 3.1 基于 VaR 最小化的最优套期保值比率

VaR是指在正常市场条件以及给定的置信水平和时间间隔内,某一金融资产或资产组合预期可能发生的最大损失的绝对值。对于由黄金现货和期货构成的套期保值资产组合而言,假设在  $t$  时刻,套期保值者持有  $c_{s,t}$  单位现货多头头寸和  $c_{f,t}$  单位期货空头头寸,则其套期保值资产组合在  $t$  时刻的收益率  $r_{p,t}$  和收益率方差  $\sigma_{p,t}^2$  分别为

$$r_{p,t} = \frac{c_{s,t}p_{s,t}r_{s,t} - c_{f,t}p_{f,t}r_{f,t}}{c_{s,t}p_{s,t}} = r_{s,t} - h_t r_{f,t} \quad (1)$$

$$\sigma_{p,t}^2 = \sigma_{s,t}^2 + h_t^2 \sigma_{f,t}^2 - 2h_t \sigma_{sf,t} \quad (2)$$

其中,  $p_{s,t}$  为  $t$  时刻现货的价格;  $p_{f,t}$  为  $t$  时刻期货的价格;  $r_{s,t}$  为现货的收益率,  $r_{s,t} = \frac{p_{s,t} - p_{s,t-1}}{p_{s,t-1}}$ ,  $r_{f,t}$  为期货的收益率,  $r_{f,t} = \frac{p_{f,t} - p_{f,t-1}}{p_{f,t-1}}$ , 且二者的值大于 0 表示收益, 小于 0 表示损失;  $h_t$  为  $t$  时刻资产组合的套期保值比率,  $h_t = \frac{c_{f,t}p_{f,t}}{c_{s,t}p_{s,t}}$ ;  $\sigma_{s,t}^2$  为现货收益率的方差;  $\sigma_{f,t}^2$  为期货收益率的方差;  $\sigma_{sf,t}$  为现货收益率与期货收益率的协方差。

考虑到黄金市场比一般的商品市场更容易受经济政策和经济形势等不确定性因素的影响,套期保值者可以根据经济环境的变化及时改变持仓状况,所以本研究认为黄金期货套期保值是一个动态决策过程,套期保值比率  $h_t$  是一个随时间变化的动态变量。

假设套期保值资产组合的收益率服从正态分布,根据定义,在给定置信水平  $\alpha$  下,收益率  $r_{p,t}$  低于  $-VaR(h_t)$  的概率为  $(1-\alpha)$ 。依据中心极限定理,有

$$\begin{aligned} & \text{Prob}[r_{p,t} \leq -VaR(h_t)] \\ &= \text{Prob}\left[\frac{r_{p,t} - E(r_{p,t})}{\sigma_{p,t}} \leq \frac{-VaR(h_t) - E(r_{p,t})}{\sigma_{p,t}}\right] \\ &= \Phi\left[\frac{-VaR(h_t) - E(r_{p,t})}{\sigma_{p,t}}\right] \end{aligned}$$

$$= 1 - \alpha \quad (3)$$

其中,  $\sigma_{p,t}$  为  $t$  时刻套期保值资产组合收益率的标准差;  $E(\cdot)$  为收益率的期望值;  $\Phi(\cdot)$  为标准正态分布的分布函数。

结合正态分布的性质,将(3)式变形,得到目标函数为

$$\begin{aligned} VaR(h_t) &= -E(r_{p,t}) + \Phi^{-1}(\alpha)\sigma_{p,t} \\ &= \Phi^{-1}(\alpha)\sqrt{\sigma_{s,t}^2 + h_t^2\sigma_{f,t}^2 - 2h_t\sigma_{sf,t}} + \\ & \quad h_t E(r_{f,t}) - E(r_{s,t}) \end{aligned} \quad (4)$$

其中,  $\Phi^{-1}(\alpha)$  为标准正态分布的  $\alpha$  分位数。

为求最优套期保值比率,就(4)式对  $h_t$  求导,并令其导数为零。求解方程,得到  $h_{t1}$  和  $h_{t2}$  两个根,即

$$\begin{aligned} h_{t1,t2} &= \frac{\rho_{sf,t}\sigma_{s,t}}{\sigma_{f,t}} \pm \\ & \quad \frac{E(r_{f,t})\sigma_{s,t}}{\sigma_{f,t}} \sqrt{\frac{1 - \rho_{sf,t}^2}{[\Phi^{-1}(\alpha)]^2\sigma_{f,t}^2 - [E(r_{f,t})]^2}} \end{aligned} \quad (5)$$

其中,  $\rho_{sf,t}$  为现货与期货的相关系数,  $\sigma_{s,t}$  为现货收益率的标准差,  $\sigma_{f,t}$  为期货收益率的标准差。

为检验上述两个根是否为最优套期保值比率,需就(4)式对  $h_t$  求二阶导数,则有

$$\frac{\partial^2 VaR(r_{p,t})}{\partial h_t^2} = \Phi^{-1}(\alpha) \frac{\sigma_{s,t}^2\sigma_{f,t}^2(1 - \rho_{sf,t}^2)}{(\sigma_{s,t}^2 + h_t^2\sigma_{f,t}^2 - 2h_t\sigma_{sf,t})^{\frac{3}{2}}} \quad (6)$$

显然(6)式非负,说明两根对应的点均为极小值点。通过比较两根对应的 VaR 值大小,可初步确定最优套期保值比率为

$$\begin{aligned} h_t &= \frac{\rho_{sf,t}\sigma_{s,t}}{\sigma_{f,t}} - \\ & \quad \frac{E(r_{f,t})\sigma_{s,t}}{\sigma_{f,t}} \sqrt{\frac{1 - \rho_{sf,t}^2}{[\Phi^{-1}(\alpha)]^2\sigma_{f,t}^2 - [E(r_{f,t})]^2}} \end{aligned} \quad (7)$$

(7)式表示的最优套期保值比率可分解为两部分。第一部分即最小方差套期保值比率,称为纯套期保值需求部分,反映套期保值者根据价格波动风险而采取的套期保值策略;第二部分与套期保值者的风险偏好相关,称为投机需求部分,置信水平  $\alpha$  越大,套期保值者对风险越厌恶。

以上最优套期保值比率是在假设套期保值资产收益服从正态分布条件下得到的,但大量相关研究显示,金融资产收益率往往具有尖峰厚尾的非正态性。故本研究采用 Cornish-Fisher 扩展方法对正态分布的分位数  $\Phi^{-1}(\alpha)$  进行修正,该方法的基本思想是对于任意一个经验分布都可找到对应的正态分布来表示。根据 Zangari<sup>[20]</sup> 的研究,修正后的正态分位数  $F^{-1}(\alpha)$  为

$$F^{-1}(\alpha) = \Phi^{-1}(\alpha) + \frac{[\Phi^{-1}(\alpha)]^2 - 1}{6} s_p +$$

$$\frac{[\Phi^{-1}(\alpha)]^3 - 3\Phi^{-1}(\alpha)k_p}{24}k_p - \frac{2[\Phi^{-1}(\alpha)]^3 - 5\Phi^{-1}(\alpha)s_p^2}{36} \quad (8)$$

其中,  $s_p$  为套期保值组合收益率的偏度,  $k_p$  为套期保值组合收益率的峰度。

本研究借鉴张胜杰等<sup>[21]</sup>的处理方法,将基于最小方差的套期保值比率  $h_{MV}$  作为套期保值比率待估近似值,得到近似的套期保值组合收益率,  $h_{MV} = \rho_{sf,t} \cdot \frac{\sigma_{s,t}}{\sigma_{f,t}}$ 。用  $F^{-1}(\alpha)$  替换(7)式中的  $\Phi^{-1}(\alpha)$ ,即可得到任意收益率分布条件下的时变最优套期保值比率。

### 3.2 传统动态套期保值比率估计模型

得到 VaR 最小条件下套期保值比率的表达式后,在实际应用时还要对相关变量进行估计。本研究在此先对当前应用最为广泛的动态 CCC-GARCH 模型和 DCC-GARCH 模型进行简单讨论,以备后面与本研究构建的 M-Copula-GJR 模型进行套期保值效果的实证对比分析。

CCC-GARCH 模型由 Bollerslev<sup>[22]</sup>于1990年首次提出,其特点是可以捕捉联合分布中的时变特性。最常见的 CCC-GARCH(1,1)模型为

$$r_{s,t} = u_s + \varepsilon_{s,t} \quad (9)$$

$$r_{f,t} = u_f + \varepsilon_{f,t} \quad (10)$$

$$\varepsilon_t | I_{t-1} = (\varepsilon_{s,t}, \varepsilon_{f,t})^T | I_{t-1} \sim BN(0, H_t) \quad (11)$$

$$H_t = \begin{pmatrix} h_{ss,t} & h_{sf,t} \\ h_{sf,t} & h_{ff,t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{h_{ss,t}} & 0 \\ 0 & \sqrt{h_{ff,t}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \rho_{sf} \\ \rho_{sf} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sqrt{h_{ss,t}} & 0 \\ 0 & \sqrt{h_{ff,t}} \end{pmatrix} = D_t R D_t \quad (12)$$

$$h_{ss,t} = c_s + \alpha_s \varepsilon_{s,t-1}^2 + \beta_s h_{ss,t-1} \quad (13)$$

$$h_{ff,t} = c_f + \alpha_f \varepsilon_{f,t-1}^2 + \beta_f h_{ff,t-1} \quad (14)$$

其中,  $u_s, u_f, c_s, c_f, \alpha_s, \alpha_f, \beta_s, \beta_f$  和  $\rho_{sf}$  为待估参数,  $u_s, u_f, c_s$  和  $c_f$  为方程的常数项,其他参数为相应变量的系数;  $H_t$  为条件协方差矩阵,  $h_{ss,t}$  为  $t$  时刻现货收益率的条件波动率,  $h_{ff,t}$  为  $t$  时刻期货收益率的条件波动率,  $h_{sf,t}$  为现货收益率与期货收益率间的条件协方差,  $h_{sf,t} = \rho_{sf} \sqrt{h_{ss,t-1} h_{ff,t-1}}$ ;  $I_{t-1}$  为  $(t-1)$  时刻信息集;  $D_t$  为 GARCH 模型的时变标准差对角矩阵;  $R$  为常相关系数矩阵;  $\varepsilon_{s,t}$  和  $\varepsilon_{f,t}$  为方程的残差项,  $\varepsilon_t$  为扰动项,  $\varepsilon_t = (\varepsilon_{s,t}, \varepsilon_{f,t})^T$ , 服从均值为 0、方差为  $H_t$  的二元正态分布。(9)式为现货收益率的条件均值方程,(10)式为期货收益率的条件均值方程,(13)式和(14)式为条件方差方程。

DCC-GARCH 模型最早由 Engle 等<sup>[10]</sup>提出,它既改进了 CCC-GARCH 模型对于条件相关系数为常数的假设,又克服了一般多元 GARCH 模型估计参数过多的缺点。它与 CCC-GARCH 模型的区别在于其条

件相关系数具有时变特性。因此,将 CCC-GARCH(1,1)模型中(12)式的常相关系数矩阵  $R$  变为时变相关系数矩阵  $R_t$ ,即可得到 DCC(1,1)-GARCH(1,1)模型<sup>[10]</sup>,即

$$R_t = (Q_t^*)^{-1} Q_t (Q_t^*)^{-1} \quad (15)$$

$$Q_t = (1-a-b)\bar{Q} + a\varepsilon_{t-1}\varepsilon_{t-1}^T + bQ_{t-1} \quad (16)$$

其中,  $Q_t^*$  为一个对角矩阵,其对角元素由  $Q_t$  的对角元素开平方得到;  $Q_t$  为  $2 \times 2$  的对称正定矩阵,其元素为  $q_{ii,t}$ 、 $q_{jj,t}$  和  $q_{ij,t}$ , 设  $q_{ij,t}$  为  $t$  时刻变量  $i$  与变量  $j$  的相关系数,则  $R_t$  中的元素形式为  $\frac{q_{ij,t}}{\sqrt{q_{ii,t}q_{jj,t}}}$ ;  $\bar{Q}$  为由单变量

GARCH 模型得到的标准化残差的无条件协方差矩阵;  $\varepsilon_{t-1} = (\varepsilon_{s,t-1}, \varepsilon_{f,t-1})^T$ ;  $\varepsilon_{t-1}^T$  为  $\varepsilon_{t-1}$  的转置向量;  $a$  和  $b$  为待估参数。

### 3.3 M-Copula-GJR 模型的构建

上述两种重要的动态套期保值比率估计模型都假设现货与期货收益之间具有线性相关性,但大量有关金融市场相关关系的研究表明,当市场发生较大波动时,线性相关系数无法准确地描述变量间的相关特征。为解决这一问题,本研究将能够灵活刻画变量间非线性相关关系的 M-Copula 连接函数引入套期保值比率估计模型中。

通常,运用 Copula 函数建模分析金融时间序列分为两步。首先,确定单变量金融时间序列的边缘分布;然后,选取一个适当的 Copula 函数描述变量间的相关结构。

#### (1) 基于 GJR 模型的边缘分布

考虑到黄金市场收益率可能存在的非对称性以及期货与现货资产间的协整关系,本研究建立以基差为误差修正项的 GJR(1,1)模型,对收益率序列进行拟合。构建的 GJR(1,1)模型为

$$r_{k,t} = u_k + \lambda_k (\ln p_{s,t-1} - \ln p_{f,t-1}) + \varepsilon_{k,t} \quad (17)$$

$$\varepsilon_{k,t} = h_{kk,t}^{\frac{1}{2}} z_{k,t} \quad (18)$$

$$h_{kk,t} = c_k + \alpha_k \varepsilon_{k,t-1}^2 + \gamma_k I_{t-1} \varepsilon_{k,t-1}^2 + \beta_k h_{kk,t-1} \quad (19)$$

其中,  $k = s, f$  为现货,  $f$  为期货;  $u_k, \lambda_k, c_k, \alpha_k, \gamma_k$  和  $\beta_k$  为待估计参数;  $\varepsilon_{k,t}$  为均值方程的扰动项;  $(\ln p_{s,t-1} - \ln p_{f,t-1})$  为误差修正项;  $z_{k,t}$  为独立同分布的随机变量;  $I_{t-1}$  为哑变量,当  $\varepsilon_{k,t-1} < 0$  时  $I_{t-1} = 1$ , 当  $\varepsilon_{k,t-1} \geq 0$  时  $I_{t-1} = 0$ ;  $\gamma_k$  为杠杆系数,  $\gamma_k > 0$  表明存在杠杆效应;  $\alpha_k$  为利好消息对条件方差的影响,  $(\alpha_k + \gamma_k)$  为利空消息对条件方差的影响,  $(\alpha + 0.5\gamma + \beta)$  为衰减系数,且满足  $(\alpha + 0.5\gamma + \beta) < 1$ , 其值越大,表明衰减速度越慢,即收益率序列的波动持续性越强。(17)式为收益率的条件均值方程,(19)式为条件方差方程。本研究建模时并未对残差序列的分布进行假设,而是在实证过程中采用多种分布拟合,根据拟合情况确定合适的边缘分布估计法。

#### (2) 基于 M-Copula 函数的联合分布

Archimedean Copula 函数族中的 Clayton Copula 函

数和 Gumbel Copula 函数能分别反映变量间的非对称下尾相关关系和非对称上尾相关关系,这两种相关关系恰好是金融市场相关性变化的典型模式,经常被用来描述变量间的相关结构。所以,本研究在构建 M-Copula 函数时选用这两种单一 Copula 函数进行线性组合。本研究的 M-Copula 函数为

$$C_{M-Copula}(u, v) = w_1 C_{Clayton}(u, v) + w_2 C_{Gumbel}(u, v) \quad (20)$$

$$C_{Clayton}(u, v, \theta_1) = (u^{-\theta_1} + v^{-\theta_1} - 1)^{-\frac{1}{\theta_1}} \quad (21)$$

$$C_{Gumbel}(u, v, \theta_2) = \exp\{-[(-\ln u)^{\theta_2} + (-\ln v)^{\theta_2}]\frac{1}{\theta_2}\} \quad (22)$$

其中,  $w_1$  和  $w_2$  为待估权重参数,满足  $w_1 \geq 0, w_2 \geq 0$  且  $w_1 + w_2 = 1$ ;  $\theta_1$  为 Clayton Copula 函数的待估相关参数,  $\theta_2$  为 Gumbel Copula 函数的待估相关参数,且  $\theta_1 > 0, \theta_2 \geq 1$ ;  $u$  为对现货收益率的标准化残差序列进行概率积分变换得到的新序列;  $v$  为对期货收益率的标准化残差序列进行概率积分变换得到的新序列。

由于现货和期货收益率的中位数相关系数既体现了两序列间的非线性相关性,又体现了现货和期货收益率分别低于和高于中位数水平的相关关系,同时还包含了尾部相关信息<sup>[23]</sup>。所以,本研究在估计套期保值比率时采用的是利用 M-Copula 函数得到的中位数相关系数。根据 Copula 函数的定义和性质,中位数相关系数为

$$\rho = 4C_{M-Copula}(50\%, 50\%) - 1 \quad (23)$$

### 3.4 套期保值有效性的衡量

根据不同模型得到的套期保值比率,实际上可以建立由不同头寸的现货与期货组成的资产组合,究竟哪种资产组合最好需要对其绩效进行比较,对于套期保值资产组合绩效衡量的方法主要有方差减小法、判定系数法和风险收益权衡法。鉴于套期保值的目的是规避现货市场价格波动风险,而本研究将 VaR 作为风险测度指标,所以本研究参照 Ederington<sup>[7]</sup> 的方差减小率指标的构造方法,相应地设计 VaR 减小率指标  $H_e$  作为套期保值效果的评价标准,即

$$H_e = \frac{VaR(r_{s,t}) - VaR(r_{p,t})}{VaR(r_{s,t})} \quad (24)$$

其中,  $VaR(r_{s,t})$  为不进行套期保值时收益率的 VaR 风险,  $VaR(r_{p,t})$  为进行套期保值时收益率的 VaR 风险。显然,  $H_e$  值越大意味着风险降低程度越大,即套期保值策略的风险规避能力越强,套期保值效果越好。

## 4 实证分析

### 4.1 数据来源及处理

本研究选取 2008 年 1 月 9 日至 2012 年 12 月 31 日的黄金现货和期货数据,除去因节假日缺失的,共得到 1 214 对日数据,将 2008 年 1 月 9 日至 2012 年 6 月 29 日的 1 088 对日数据作为样本内数据,进行模型参数估计,将 2012 年 6 月 30 日至 2012 年 12 月 31 日的 126 对数据作为样本外数据,用于套期保值效果的检验。黄金现货价格取上海黄金交易所 Au9995 的日收盘价,黄金期货价格取上海期货交易所的日收盘价,所有数据均来自国泰安数据库。

本研究在构造连续期货合约时,为避免临近交割月份期货价格的剧烈波动,选取距离当前月份之后两个月交割的期货合约作为分析对象。由于上海期货交易所 2008 年 1 月 9 日首次推出 2008 年 6 月交割的黄金期货合约,故 2008 年 1 月至 4 月均以 2008 年 6 月的期货合约作为分析对象,由此构造一个连续的黄金期货收盘价格序列。

如前所述,金融市场价格序列一般都具有非平稳的特征。所以,本研究对收盘价进行对数转换处理,现货对数收益率为  $r_{s,t} = \ln p_{s,t} - \ln p_{s,t-1}$ ,期货对数收益率为  $r_{f,t} = \ln p_{f,t} - \ln p_{f,t-1}$ 。同时,为避免数据过小不利于分析,本研究在实证过程中将对数价格扩大 100 倍,数据处理软件为 Matlab 7.0、Eviews 6.0 和 Excel 2003。

### 4.2 数据描述性统计及检验

表 1 给出样本期内黄金现货和期货对数收益率序列的基本统计分析结果。在表 1 中,两序列的 J-B 统计量均在 1% 的显著性水平下拒绝正态分布的假设;从偏度值和峰度值看,两序列均具有尖峰厚尾的特征;自相关滞后 36 期的 Ljung-Box Q 统计量表明数据均存在自相关,条件异方差性显著。

为避免出现伪回归现象,采用 ADF 检验法和 PP 检验法分别对黄金现货和期货的对数价格序列和对数收益率序列进行平稳性检验,检验结果见表 2。

由表 2 检验结果可知,黄金现货和期货的对数价格序列在 1% 的显著性水平下均不能拒绝有一个单位根的原假设,表明两个对数价格序列都是非平稳序列。而将对数价格序列进行一阶差分处理后得到的收益率序列均拒绝在 1% 的显著性水平下有一个单位根的原假设,是平稳序列。因此,两个对数价格序列均符合  $I(1)$  过程,可以进行下一步的协整性检验,以验证黄金现货与期货之间是否存在长期稳定的均衡关系。

表 1 黄金现货和期货对数收益率序列描述性统计分析结果

Table 1 Descriptive Statistical Analysis Results of Gold Spot and Futures Logarithm Yield Series

	均值	标准差	偏度	峰度	J-B 统计量	Q(36) 统计量
现货	0.040	1.347	-0.403	9.229	1 786.699	40.995
期货	0.034	1.516	-0.364	5.497	306.469	55.566

**表2 黄金现货和期货对数价格序列和收益率序列平稳性检验结果**

**Table 2 Stationarity Test Results of Gold Spot and Futures Logarithmic Price and Yield Series**

序列	ADF 检验值	PP 检验值	1% 显著性水平 的临界值	检验 结果
$\ln p_{s,t}$	-0.891	-0.849	-3.436	非平稳
$\ln p_{f,t}$	-0.832	-0.774	-3.436	非平稳
$r_{s,t}$	-34.571	-34.575	-3.436	平稳
$r_{f,t}$	-36.465	-36.599	-3.436	平稳

本研究采用 Johansen 协整检验法对黄金现货和期货对数价格序列进行协整检验,检验结果见表3。

**表3 黄金现货和期货对数价格序列协整性检验结果**

**Table 3 Co-integration Test Results of Gold Spot and Futures Logarithmic Price Series**

	协整 向量	特征值	迹统计量	1% 显著性水平 的临界值
$\ln p_{s,t} - \ln p_{f,t}$	0	0.061	68.356	13.429
	1	0.592	0.592	2.706

由表3 检验结果可知,在1% 的显著性水平下,黄金现货对数价格序列和期货对数价格序列之间存在0 个协整向量的原假设被拒绝,至少存在一个协整向量的原假设不能被拒绝。以上结果表明黄金现货与黄金期货之间存在显著的协整关系,即黄金现货市场与期货市场价格在长期会趋于一致,这是黄金投资者进行套期保值的基础条件。同时,这一结果也说明本研究建模时在条件均值方程中引入误差修正项是合适的。

**4.3 模型参数估计结果**

(1)传统套期保值比率估计模型

表4 给出 CCC-GARCH 模型和 DCC-GARCH 模型的参数估计结果。在1% 的显著性水平下,GARCH 项与 ARCH 项系数之和均小于1,满足模型平稳性要求。在对模型残差项进行异方差检验后,发现异方差现象不明显。以上结果表明,这两种模型均能较好地反映数据波动特性。

(2)M-Copula-GJR 模型

结合残差服从正态分布、t 分布和 GED 分布条件下模型拟合结果的 AIC 值、SC 值和极大似然值,发现 GJR(1, 1)-Normal 模型有较好的拟合效果。表5 给出 GJR(1, 1)-Normal 边缘分布模型的参数估计结果,在1% 的显著性水平下模型参数基本显著。同样,模型残差的异方差检验显示异方差现象不明显。从表

5 可以发现,黄金现货和期货市场中, $\alpha + 0.5\gamma + \beta$  均接近于1,反映出两个市场具有较强的波动持续性;模型参数  $\gamma$  的估计值均小于0,说明利好消息引起的冲击较利空消息引起的冲击对两个市场影响更大,即中国黄金现货和期货市场中存在冲击的非对称性,但不存在杠杆效应。

**表4 CCC-GARCH 模型和 DCC-GARCH 参数估计结果**

**Table 4 Parameter Estimation Results of CCC-GARCH Model and DCC-GARCH Model**

模型 参数	CCC-GARCH		DCC-GARCH	
	估计值	t 统计量	估计值	t 统计量
$u_s$	0.060**	1.843	0.060**	1.845
$u_f$	0.034	0.917	0.035	0.994
$c_s$	0.016	1.596	0.016	1.599
$\alpha_s$	0.060***	3.129	0.060***	3.139
$\beta_s$	0.933***	48.805	0.933***	49.096
$c_f$	0.099	1.492	0.118	1.493
$\alpha_f$	0.097***	2.340	0.111**	2.286
$\beta_f$	0.858***	13.756	0.837***	11.423
$\rho_{sf}$	0.775***	27.670		
$a$			0.064***	4.396
$b$			0.920***	6.436

注:\*\*为在5% 的显著性水平下显著,\*\*\*为在1% 的显著性水平下显著,下同。

**表5 GJR 模型参数估计结果**

**Table 5 Parameter Estimation Results of GJR Model**

模型 参数	黄金现货		黄金期货	
	估计值	z 统计量	估计值	z 统计量
$u$	-0.068**	1.999	0.085**	2.106
$\lambda$	-0.005	-0.160	0.325***	10.440
$c$	0.012***	2.579	0.053***	4.566
$\alpha$	0.071***	6.531	0.094***	5.562
$\gamma$	-0.025**	-2.058	-0.038**	-2.161
$\beta$	0.937***	121.860	0.901***	65.007

根据 GJR(1, 1)-Normal 模型确定的黄金现货和

期货收益率的边缘分布,得到边缘分布的标准化残差序列。将标准化残差序列代入正态分布的累积分布函数中进行概率积分变换,得到服从(0,1)均匀分布的新序列。由此,可利用新序列对本研究构造的M-Copula函数进行参数拟合,得到如表6所示的M-Copula函数参数估计结果。为了检验M-Copula函数在刻画相关性方面的灵活性,本研究用新序列分别对单一Clayton Copula函数和Gumbel Copula函数进行参数拟合,相应地得到这两种单一Copula函数的参数值分别为2.239和2.688。

**表6 M-Copula函数参数估计结果**  
**Table 6 Parameter Estimation Results of M-Copula Function**

参数	$w_1$	$w_2$	$\theta_1$	$\theta_2$
估计值	0.257	0.743	3.736	3.319

#### 4.4 不同模型套期保值比率估计结果比较

在对模型相关参数进行估计的同时,还可以得到黄金现货和期货条件标准差序列、条件均值序列以及黄金现货与期货的相关系数序列,将其按(8)式

进行处理,得到修正的正态分位数,结果如表7所示。

然后将相关数据代入(7)式,即可求得不同模型对应的VaR框架下的动态最优套期保值比率,表8给出不同模型、不同置信水平下套期保值比率的描述性统计结果。

表8数据显示,从套期保值比率均值看,在90%和99%的置信水平下,M-Copula-GJR模型估计的最小,然后依次是Gumbel Copula-GJR模型、CCC-GARCH模型、Clayton Copula-GJR模型和DCC-GARCH模型。在95%的置信水平下,CCC-GARCH模型估计出的套期保值比率均值最小,但M-Copula-GJR模型与CCC-GARCH模型相差不大,且均小于其他3种模型估计出的套期保值比率均值。从套期保值比率的标准差看,在3种置信水平下,M-Copula-GJR模型估计的套期保值比率波动均最小,Gumbel Copula-GJR模型次之,紧接着是Clayton Copula-GJR模型和DCC-GARCH模型,CCC-GARCH模型估计的最大。综合考虑套期保值比率的均值和波动率可知,M-Copula-GJR模型的平均套期保值比率最小且最稳定,意味着平均套期保值成本最低。Gumbel Copula-GJR模型的套期保值比率无论是在均值还是在稳定性方面都

**表7 不同置信水平下正态分位数和修正正态分位数**  
**Table 7 Normal Quantile and Corrected Normal Quantile under Different Confidence Levels**

模型	90%的置信水平		95%的置信水平		99%的置信水平	
	正态分位数	修正正态分位数	正态分位数	修正正态分位数	正态分位数	修正正态分位数
CCC-GARCH	1.282	0.420	1.645	1.354	2.327	4.891
DCC-GARCH	1.282	1.188	1.645	1.423	2.327	1.784
Clayton Copula-GJR	1.282	0.388	1.645	1.323	2.327	4.903
Gumbel Copula-GJR	1.282	0.384	1.645	1.323	2.327	4.919
M-Copula-GJR	1.282	0.371	1.645	1.327	2.327	4.994

**表8 不同模型、不同置信水平下最优套期保值比率统计**  
**Table 8 Statistics of Optimal Hedging Ratios for Different Models under Different Confidence Levels**

模型	90%的置信水平		95%的置信水平		99%的置信水平	
	均值	标准差	均值	标准差	均值	标准差
CCC-GARCH	0.699	0.207	0.699	0.187	0.705	0.206
DCC-GARCH	0.709	0.204	0.710	0.171	0.717	0.190
Clayton Copula-GJR	0.699	0.168	0.707	0.171	0.708	0.156
Gumbel Copula-GJR	0.695	0.167	0.706	0.145	0.703	0.150
M-Copula-GJR	0.694	0.129	0.700	0.137	0.702	0.132

优于 Clayton Copula-GJR 模型。CCC-GARCH 模型的平均套期保值比率虽然比 DCC-GARCH 模型小,但波动大且不稳定。由以上结果分析可初步确定,本研究构建的 M-Copula-GJR 模型在估计最优套期保值比率方面不仅较目前应用最广的两种重要的动态套期保值比率估计模型有明显优势,而且也优于单一的 Gumbel Copula-GJR 模型和 Clayton Copula-GJR 模型。

另外,从表 8 中还可看出,对于同一模型,平均套期保值比率均随置信水平  $\alpha$  的增大而增大。这一点恰好体现了以 VaR 最小为优化目标的套期保值策略的特点和优势,因为由(7)式的分析可知, VaR 最小策略下的套期保值比率由纯套期保值部分和投机部分组成,置信水平  $\alpha$  反映套期保值者的风险偏好程度,它只对投机部分有影响。 $\alpha$  值越大,说明套期保值者对风险的厌恶程度越高,则套期保值模型中的投机部分的作用越小,即套期保值者选取的套期保值策略越趋于保守型,套期保值比率也就越大。

#### 4.5 不同模型套期保值效果比较

得到动态套期保值比率后,利用(24)式对样本期内不同模型的套期保值效果进行对比分析。另外,对样本外数据采用向前一步预测法,预测黄金现货和期货的收益率和波动率。按照前述步骤对样本外的套期保值有效性进行检验,结果如表 9 所示。

由表 9 可知,从套期保值组合平均收益看,样本内,在 90% 和 95% 的置信水平下, M-Copula-GJR 模型的套期保值组合平均收益最高,在 99% 的置信水平下,其组合收益均值仅略小于 DCC-GARCH 模型的综合收益均值;样本外,各置信水平下, M-Copula-GJR

模型的套期保值组合平均收益都能达到最高。从套期保值有效性看,无论是样本内还是样本外,在不同的置信水平下, M-Copula-GJR 模型的套期保值有效性指标均最大,然后是 Gumbel Copula-GJR 模型,再次是 DCC-GARCH 模型,而 CCC-GARCH 模型的最小。另外还发现,样本外的套期保值组合平均收益和套期保值有效性要略高于样本内的数值。以上结果表明,用 M-Copula-GJR 模型进行黄金期货套期保值操作能最大程度地降低现货市场风险,同时获得最高的套期保值收益,即达到最优的套期保值效果。Gumbel Copula-GJR 模型、DCC-GARCH 模型、Clayton Copula-GJR 模型的套期保值效果依次降低,而 CCC-GARCH 模型的套期保值效果最差。

本研究发现各置信水平下各模型的套期保值有效性指标集中于 0.672~0.704 之间,若以美国期货市场 0.800 的风险分散水平(即通过套期保值操作规避现货价格风险的程度)<sup>[24]</sup> 为基准,中国黄金期货市场还欠成熟,套期保值功能的发挥有待提高。

#### 5 结论

本研究跳出传统最小方差套期保值比率研究框架,结合黄金现货和期货市场特征,建立一个基于 M-Copula-GJR-VaR 的动态套期保值比率估计模型,并将其与两种最小方差目标框架下应用最为广泛的动态套期保值比率估计模型构成的 CCC-GARCH-VaR 模型和 DCC-GARCH-VaR 模型以及两种单一 Gumbel Copula-GJR-VaR 模型和 Clayton Copula-GJR-VaR 模型进行对比分析,得到以下结论。

表 9 不同模型、不同置信水平下套期保值效果比较

Table 9 Hedging Effect Comparison for Different Models under Different Confidence Levels

区间	模型	90% 的置信水平		95% 的置信水平		99% 的置信水平	
		套期保值组合 平均收益	套期保值 有效性	套期保值组合 平均收益	套期保值 有效性	套期保值组合 平均收益	套期保值 有效性
样本内	CCC-GARCH	0.030	0.672	0.029	0.675	0.028	0.685
	DCC-GARCH	0.030	0.677	0.030	0.683	0.030	0.688
	Clayton Copula-GJR	0.030	0.673	0.030	0.679	0.028	0.686
	Gumbel Copula-GJR	0.031	0.677	0.030	0.684	0.029	0.690
	M-Copula-GJR	0.031	0.681	0.030	0.689	0.029	0.692
样本外	CCC-GARCH	0.032	0.681	0.030	0.686	0.029	0.691
	DCC-GARCH	0.032	0.687	0.031	0.694	0.031	0.697
	Clayton Copula-GJR	0.033	0.681	0.032	0.689	0.031	0.695
	Gumbel Copula-GJR	0.034	0.691	0.033	0.693	0.030	0.701
	M-Copula-GJR	0.034	0.691	0.033	0.696	0.031	0.704



(1) 基于 M-Copula-GJR-VaR 模型的套期保值比率均值小于 Clayton Copula-GJR-VaR 模型、Gumbel Copula-GJR-VaR 模型、CCC-GARCH-VaR 模型和 DCC-GARCH-VaR 模型的套期保值比率均值, 意味着采用本研究提出的套期保值比率估计模型与现有的两种重要的动态套期保值比率估计模型和引入单一 Copula 函数的两种动态套期保值比率估计模型相比, 能最大程度地降低投资者的套期保值成本。

(2) 虽然中国黄金期货市场还不成熟, 但使用 M-Copula-GJR-VaR 模型能最大程度地规避现货市场风险, 既能达到最优的套期保值效果, 又能获取较高的投资收益。

(3) 在最小 VaR 目标框架下, 投资者可根据各自风险承受能力采取不同的套期保值策略, 风险承受能力强的投资者选用低置信水平下的套期保值比率, 风险厌恶性强的投资者可选用高置信水平下的套期保值比率。

综上所述, 在最小 VaR 目标框架下, 本研究构建的考虑黄金现货与期货市场的非对称性、两者之间的协整关系、非线性相关性的 M-Copula-GJR-VaR 模型能有效提高套期保值效果, 同时获取较高的套期保值资产收益。因此, 投资者在利用黄金期货为黄金现货进行动态套期保值操作时, 可考虑采取本研究构建的 M-Copula-GJR-VaR 模型, 制定最优的套期保值策略。另外, 本研究工作还存在待改进的地方, 后续将尝试基于时变 M-Copula 函数的套期保值比率研究。

#### 参考文献:

- [1] Keynes J M. Alternative theories of the rate of interest [J]. *The Economic Journal*, 1937, 47(186): 241-252.
- [2] Hicks J R. A suggestion for simplifying the theory of money [J]. *Economica*, 1935, 2(5): 1-19.
- [3] Röthig A, Chiarella C. Small traders in currency futures markets [J]. *Journal of Futures Markets*, 2011, 31(9): 898-914.
- [4] Working H. Futures trading and hedging [J]. *The American Economic Review*, 1953, 43(3): 314-343.
- [5] Johnson L L. The theory of hedging and speculation in commodity futures [J]. *The Review of Economic Studies*, 1960, 27(3): 139-151.
- [6] Markowitz H. Portfolio selection [J]. *The Journal of Finance*, 1952, 7(1): 77-91.
- [7] Ederington L H. The hedging performance of the new futures markets [J]. *The Journal of Finance*, 1979, 34(1): 157-170.
- [8] Ghosh A. Hedging with stock index futures: Estimation and forecasting with error correction model [J]. *The Journal of Futures Markets*, 1993, 13(7): 743-752.
- [9] Ku Y H H, Chen H C, Chen K H. On the application of the dynamic conditional correlation model in estimating optimal time-varying hedge ratios [J]. *Applied Economics Letters*, 2007, 14(7): 503-509.
- [10] Engle R F, Sheppard K. Theoretical and empirical properties of dynamic conditional correlation multivariate GARCH [R]. Cambridge: National Bureau of Economic Research, 2001.
- [11] Lee H T, Yoder J K. A bivariate Markov regime switching GARCH approach to estimate time varying minimum variance hedge ratios [J]. *Applied Economics*, 2007, 39(10): 1253-1265.
- [12] 佟孟华. 沪深300股指期货动态套期保值比率模型估计及比较: 基于修正的 ECM-BGARCH (1,1) 模型的实证研究 [J]. *数量经济技术经济研究*, 2011, 28(4): 137-149.  
Tong Menghua. Shanghai-Shenzhen 300 stock index futures dynamic hedge ratios model estimation and its comparison [J]. *The Journal of Quantitative & Technical Economics*, 2011, 28(4): 137-149. (in Chinese)
- [13] Lai Y, Chen C W S, Gerlach R. Optimal dynamic hedging via copula-threshold-GARCH models [J]. *Mathematics and Computers in Simulation*, 2009, 79(8): 2609-2624.
- [14] Lee H T. A copula-based regime-switching GARCH model for optimal futures hedging [J]. *Journal of Futures Markets*, 2009, 29(10): 946-972.
- [15] 马超群, 王宝兵. 基于 Copula-GARCH 模型的外汇期货最优套期保值比率研究 [J]. *统计与决策*, 2011(12): 124-128.  
Ma Chaoqun, Wang Baobing. Empirical study on exchange futures hedging ratio using Copula-GARCH model [J]. *Statistics and Decision*, 2011(12): 124-128. (in Chinese)
- [16] 张高勋, 田益祥, 李秋敏. 基于 Copula-ECM-GARCH 模型的动态最优套期保值比率估计及比较 [J]. *系统工程*, 2011, 29(8): 56-64.  
Zhang Gaoxun, Tian Yixiang, Li Qiumin. Estimation and comparative of dynamic optimal hedging ratios based on Copula-ECM-GARCH [J]. *Systems Engineering*, 2011, 29(8): 56-64. (in Chinese)
- [17] Ghorbel A, Trabelsi A. Optimal dynamic hedging strategy with futures oil markets via FIEGARCH-EVT Copula models [J]. *International Journal of Managerial and Financial Accounting*, 2012, 4(1): 1-28.
- [18] Hung J C, Chiu C L, Lee M C. Hedging with zero-value at risk hedge ratio [J]. *Applied Financial Economics*, 2006, 16(3): 259-269.
- [19] Albrecht P, Huggenberger M, Pekelis A. VaR- and CVaR-minimal futures hedging strategies: An analytical approach [R]. Mannheim: University of Mannheim, 2012.

- [20] Zangari P. A VaR methodology for portfolios that include options [R]. New York: RiskMetrics Monitor, 1996.
- [21] 张胜杰, 张敏敏. 基于时变 VaR 的动态套期保值策略研究 [J]. 云南财经大学学报: 社会科学版, 2011, 26(5): 71-74.  
Zhang Shengjie, Zhang Minmin. A research on dynamic hedging strategy based on minimized time-varying VaR [J]. Yunnan Finance & Economics University Journal of Economics & Management, 2011, 26(5): 71-74. (in Chinese)
- [22] Bollerslev T. Modelling the coherence in short-run nominal exchange rates: A multivariate generalized ARCH model [J]. The Review of Economics and Statistics, 1990, 72(3): 498-505.
- [23] 王玉刚, 迟国泰, 杨万武. 基于 Copula 的最小方差套期保值比率 [J]. 系统工程理论与实践, 2009, 29(8): 1-10.  
Wang Yugang, Chi Guotai, Yang Wanwu. Minimum variance hedge ratio based on Copula [J]. Systems Engineering—Theory & Practice, 2009, 29(8): 1-10. (in Chinese)
- [24] 孙哲斌. 中国黄金期货套期保值绩效实证分析 [J]. 中国集体经济, 2010(25): 94-95.  
Sun Zhebin. Empirical analysis of Chinese gold futures hedging performance [J]. China Collective Economy, 2010(25): 94-95. (in Chinese)

## Research on Optimal Hedging Ratios of Gold Market Based on M-Copula-GJR-VaR Model

Xie Chi<sup>1,2</sup>, Qu Min<sup>1</sup>, Wang Gangjin<sup>1,2</sup>

1 Business School, Hunan University, Changsha 410082, China

2 Center of Finance and Investment Management, Hunan University, Changsha 410082, China

**Abstract:** The VaR risk measure not only focuses on the negative fluctuation risk of yields, but also meets the needs of investors with different risk preferences by setting appropriate confidence levels. Taking gold, which owns dual properties of financial and commodity, as the empirical study object, this study takes full account of the asymmetry, the co-integration relationship and the nonlinear correlation of the spot and futures markets and builds the M-Copula-GJR-VaR dynamic hedging ratios estimation model with the risk minimization principle. The research adopts data from spot price and futures price in Chinese market and compares the hedging ratios and hedging effects of M-Copula-GJR-VaR model with those of CCC-GARCH-VaR model, DCC-GARCH-VaR model, Clayton-Copula-GJR-VaR model and Gumbel-Copula-GJR-VaR model. The results show that, after more than 4 years development, the hedging effects of the Chinese gold futures market are between 0.672 and 0.704, which indicates that the market is not yet mature and the hedging function still needs improvement; the hedging ratios and hedging effects of M-Copula-GJR-VaR model boast best results, so if the model is applied to the hedging operations in gold market, the goal of circumventing the spot market price risk to a large extent with relatively few hedging costs can be achieved.

**Keywords:** gold futures; hedging ratios; nonlinear correlation; M-Copula-GJR-VaR model

**Received Date:** September 15<sup>th</sup>, 2012      **Accepted Date:** March 20<sup>th</sup>, 2013

**Funded Project:** Supported by the National Natural Science Foundation of China (71221001), the National Soft Science Research Program of China (2010GXSSB141), the MOE Project of Innovative Research Team (IRT0916) and the National Natural Science Foundation of Hunan Province of China (09JJ7002)

**Biography:** Dr. Xie Chi, a Hunan Zhuzhou native (1963 -), graduated from Hunan University and is a professor and Ph. D. advisor in the Business School at Hunan University. His research interests include financial engineering and risk management, etc. E-mail: xiechi@hnu.edu.cn □