



# 不完全信息下基于双目标的 博弈并购决策研究

陈绍刚, 程艳华  
电子科技大学 数学科学学院, 成都 611731

**摘要:**建立复合实物期权模型,研究并购企业在竞争环境下满足收益最大化和并购成功概率最大化的并购决策问题。基于并购企业对竞争对手企业价值补偿值具有不完全信息的现实,运用实物期权博弈的方法,以企业期望价值收益最大化和成功并购概率最大化为目标,建立并购决策模型并求解最优并购时机,在此基础上进行并购决策分析,通过数值比较,得到并购企业的若干策略选择。研究结果表明,不完全信息下存在竞争的并购企业的期望收益小于完全垄断下的期望收益,即竞争因素削弱了并购的实物期权价值;并购企业在与对手企业进行并购博弈时,并购企业给目标企业的价值补偿越高,其最优并购时机越迟;不完全信息下若使并购企业期望收益最大的溢价比例不在溢价比例概率分布的区间内,则并购企业应取区间内的最大值,并购企业可以获得最大的期望收益和最大的成功并购概率;反之,使并购企业期望收益最大的溢价比例在概率分布内,企业取该溢价比例时可获得最大的期望收益,但企业需要在获得最大收益和增大成功并购概率之间权衡,当溢价比例取值越高时,并购时机越迟,所获收益也就越大。

**关键词:**并购;实物期权博弈;期望收益;成功并购概率;价值补偿;最优时机

中图分类号:F271.4

文献标识码:A

文章编号:1672-0334(2012)06-0035-08

## 1 引言

企业并购作为市场经济体制下具有高风险的战略投资活动,实际可以看做参与并购各方对目标企业控制权的一场博弈。传统的企业并购方法忽略了并购主体的一些博弈行为和并购活动中未来收益的不确定性、并购时机的可延迟性和并购成本的不可逆性等<sup>[1]</sup>一系列的实物期权特性,从而忽略了在市场环境下并购活动的灵活性和复杂性。企业利用基于实物期权理论的并购策略方法可以较好地考虑并购活动中的期权特性,能够在提高并购收益的同时限制并购的损失,这使企业的决策者面对不确定的投资环境具有延迟决策的权利,以降低风险,使企业获得最大的并购收益。在企业实施并购的背景下,企业并购的参与方会利用并购的实物期权特性灵活选择最佳的控制机会,从而获得大于成本的回报,实现协同价值。在这个过程中,各方并购活动的参与者通过核心竞争力的组织和学习,获取竞争对手的

部分信息,然后再根据企业的自身特点进行实物期权的并购活动,因此在用实物期权方法解决企业并购的决策问题时还应考虑竞争者对并购中实物期权价值的侵蚀作用。企业并购决策者应在并购期权价值与竞争对手项目的价值侵蚀之间做出权衡,实物期权分析是将实物期权技术与博弈理论相结合而建立起来对企业并购进行科学决策的理论方法。与比较成熟的企业战略投资中期权博弈的研究成果相比,基于期权博弈并购的研究少见且有待完善,本研究结合实物期权博弈分析的方法对企业并购决策进行研究。

## 2 相关研究评述

国内外很多学者从不同的角度研究企业并购时机问题,并取得了一定成果。

何沐文等<sup>[2]</sup>和 Moon<sup>[3]</sup>使用实物期权博弈分析的方法构建适用于部分外包的最优时机决策模型,得

收稿日期:2012-02-22 修返日期:2012-07-05

作者简介:陈绍刚(1966-),男,四川宁南人,毕业于电子科技大学,获经济学博士学位,现为电子科技大学数学科学学院教授,研究方向:对外直接投资和价格理论等。E-mail:csg1966@163.com

到关于最优外包时机的一些结论;Lo等<sup>[4]</sup>和Zhao等<sup>[5]</sup>用实物期权博弈分析的方法解决投资R&D的收益问题。然而与企业战略投资中期权博弈的研究成果比较成熟相比,基于期权博弈并购的研究少见且有待完善。

Lambrecht<sup>[6]</sup>开创性地运用实物期权方法研究企业并购时机问题,通过建立实物期权模型研究横向并购的并购时机,并分析善意并购和敌意并购下的并购时机;Alvarez等<sup>[7]</sup>通过建立复合实物期权模型研究存在资产剥离权的并购价格和并购时机问题,并且讨论了并购企业讨价还价的能力对并购时机的影响;Thijssen<sup>[8]</sup>研究受不同但相关的随机波动影响的两家企业之间的并购时机,他们从收益和风险上对并购时机进行分析,认为并购行为不仅可以获得效率上的收益,还可以分散风险,即便企业的协同收益为负,并购依然可以是最优的,他们得到最优的并购时机是一个有界的区间。Lambrecht<sup>[6]</sup>、Alvarez等<sup>[7]</sup>和Thijssen<sup>[8]</sup>均考虑了企业的双向并购决策问题,并没有考虑存在其他并购者这一条件下的并购决策问题;Lambrecht等<sup>[9]</sup>建立一个实物期权模型分析衰退行业中的并购和撤资问题,分析不考虑接管时的撤资时机和效率以及债务和金色降落伞对撤资时机和效率的影响,这是首次将并购时机问题应用到衰退行业中;Smets<sup>[10]</sup>用实物期权博弈方法分析存在其他竞争对手情况下直接对外投资的问题,当企业进入完全竞争的市场,企业将分享与竞争对手共同的投资机会中的实物期权,在存在不确定条件的情况下,将增加并购企业投资临界值,同时降低并购企业的投资选择值。以上研究将实物期权博弈方法应用到并购问题中,但没有从溢价比例的不完全性和并购概率最大化这一角度进行考虑。Dixit等<sup>[11]</sup>和Huisman<sup>[12]</sup>对Smets<sup>[10]</sup>的模型进行拓展。Morellec等<sup>[13]</sup>运用实物期权博弈方法研究主并企业并购目标企业的情况,并通过建立实物期权并购模型得到最优的并购时机。但这一模型的建立仍主要考虑了主并企业和目标企业的博弈关系,并没有考虑在市场中还有其他竞争对手的情况。扈文秀等<sup>[14]</sup>从资产重组的角度考虑两阶段的企业并购的最优时机问题,这一模型的建立只考虑了主并企业和目标企业的博弈关系,没有研究竞争对手之间的博弈情况。Smit<sup>[15]</sup>分析在市场竞争中对于并购企业还有其他竞争对手的情况,然而仅仅是对这一情况的决策过程进行描述,为那些既有期权性质又带有竞争战略的并购所产生的价值提供了计算的框架,但是并没有把这种思想模型化。已有研究中关于不完全信息的研究较少,由于在现实的市场竞争过程中,并购企业很难完全了解竞争对手的信息,因此针对不完全信息的情况研究并购问题是迫切和需要的。何德忠等<sup>[16]</sup>在不对称双寡头期权博弈框架下研究企业的投资决策问题,从占先成本和先动优势两个角度考虑企业投资的积极性,得到领先企业与跟随企业博弈均衡的结果,但并未从不完全信息下分析并购时机

的角度考虑企业博弈结果。徐向艺等<sup>[17]</sup>在实物期权的框架下建立管理层收购目标企业投资价值的评估模型,并给出存在竞争的条件下管理层收购目标企业的最优时机所在范围,得到不完全信息延缓企业投资的结论和竞争条件下收购目标企业的决策步骤,通过假设竞争对手的投资临界值具有不完全信息得到最优时机范围,没有从最优并购时机的角度分析管理层并购目标企业获得收益大小的情况。唐振鹏<sup>[18]</sup>应用实物期权方法从数量竞争和价格竞争两个角度考虑企业的战略并购决策,未考虑不完全信息博弈情况下的并购时机问题。廖玉玲等<sup>[19]</sup>根据投资时机相对性和绝对性的不同要求将期权博弈模型划分为绝对时机选择和相对时机选择两个类型,给出两种时机选择的一般结论。郑湘明等<sup>[20]</sup>在不完全信息下研究企业并购问题,确定最优并购时机,运用期权博弈理论,通过引用风险率函数描述在不完全信息的情况下竞争对手先行并购的风险程度,只从并购的风险方面分析了最优时机,风险率越高,企业并购时机就越早,并未考虑企业的价值收益和企业并购成功概率问题。张涛等<sup>[21]</sup>研究不完全信息下基于成功概率最大化的善意并购策略,通过将并购协同度随机化,分别从主并企业和目标企业两个角度确定最优并购时机,只考虑在不完全信息下主并企业善意并购策略的制定原则,并未引入博弈分析和考虑市场竞争中竞争对手的情况。在现实的情况下,并购企业面对市场竞争环境中的竞争对手,不仅要考虑企业的收益问题,还要考虑企业并购的成功概率问题,只有权衡企业收益和并购的成功概率,才能得到最优的并购时机,从而做出更加完善的策略分析和正确的策略选择。

在并购过程中,并购企业如果可以准确掌握竞争对手的价值补偿信息则可以更加准确地做出策略选择,可是现实情况并非如此,由于信息不对称造成的错误估值或者评价是并购失败的重要原因。因此,本研究考虑在并购企业对竞争对手补偿价值中的溢价比例具有不完全信息的情况下,构建以并购企业价值收益最大化和以并购成功概率最大化为决策目标的函数模型,通过模型求解和分析,为并购企业制定科学合理的并购策略,并将并购企业和竞争对手补偿价值中的溢价比例随机化,在现实中企业可以通过对对手以往的并购信息进行分析,得到溢价比例的概率分布。

### 3 模型假设和说明

**假设1**市场上有两个具有能力且完全竞争的企业A和企业B对目标企业C实施并购,对于企业A和企业B,谁的补偿价值高谁将可能受益,而另一企业将无所获,并损失一系列的费用。

**假设2**企业A、企业B和目标企业C处于同游行业。并购发生前,企业都独立运行,自营收益服从几何分布的随机过程,即

$$\Pi_i(X_t) = D_i X_t \quad (1)$$

其中,  $i$  为企业,  $i = A, B, C$ ,  $A$  和  $B$  为实施并购的两个企业,  $C$  为目标企业;  $t$  为时间;  $D_i$  为企业的规模测度;  $X_t$  为收益的随机部分, 且  $X_t$  服从几何布朗运动, 即

$$dX_t = \mu X_t dt + \sigma X_t dW_t \quad (2)$$

其中,  $X_t > 0$ ,  $\mu$  为收益漂移率,  $\sigma$  为收益波动率,  $dW_t$  为标准的维纳过程。假定无风险利率为  $\gamma$ , 为使研究有意义, 设  $\gamma > \mu$ 。那么实施并购之前, 企业  $i$  任意时刻的期望自营收益可表示为

$$\begin{aligned} V_i(X_t) &= E\left[\int_t^\infty e^{-\gamma(s-t)} D_i X_s ds\right] \\ &= \frac{D_i X_t}{\gamma - \mu} \end{aligned} \quad (3)$$

其中,  $X_s$  为任意  $s$  时刻收益的随机部分。

证明: 由  $[E(X_t)] = E(X_t)$  可得

$$V_i(X_t) = E[\Pi_i(X_t)] = E(D_i X_t) = E[E(D_i X_t)]$$

$$E(D_i X_t) = \int_t^\infty e^{-\gamma(s-t)} D_i X_s ds$$

$$V_i(X_t) = E\left[\int_t^\infty e^{-\gamma(s-t)} D_i X_s ds\right]$$

$$V_i(X_t) = \left[ \int_t^\infty e^{-\gamma(s-t)} D_i E(X_s) ds \right] \quad (4)$$

由伊藤公式可知

$$E(X_s) = X_t e^{\mu(s-t)} \quad (5)$$

将(5)式带入(4)式, 得

$$\begin{aligned} V_i(X_t) &= \left[ \int_t^\infty e^{-\gamma(s-t)} D_i X_t e^{\mu(s-t)} ds \right] \\ &= \frac{D_i X_t}{\gamma - \mu} \end{aligned}$$

假设 3 企业  $A$  和企业  $B$  实施并购分别需要向目标企业  $C$  支付  $(1 + \theta_j)V_C(X_t)$  的价值补偿,  $j = A, B$ , 下标  $C$  为目标企业,  $\theta_j$  为溢价比例。由于企业  $A$  和企业  $B$  在实施并购之前都不知道对手准确的价值补偿值, 只知道对手补偿价值中的溢价比例  $\theta_j$  的概率分布。借鉴传统拍卖  $\theta_A$  和  $\theta_B$  相互独立且服从  $[\theta_1, \theta_2]$  上的均匀分布,  $\theta_1$  为企业补偿价值中溢价比例的最小值,  $\theta_2$  为企业补偿价值中溢价比例的最大值。随机变量  $\theta$  的概率密度为

$$g(\theta) = \begin{cases} \frac{1}{\theta_2 - \theta_1}, & \theta_1 < \theta < \theta_2 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

假设 4 企业  $j$  并购目标企业  $C$  之后的瞬时收益为

$$\Pi = (1 + c_j)(D_j + D_C)X_t \quad (6)$$

其中,  $c_j$  为并购后的规模协同度, 是常量;  $D_j$  为企业  $j$  的规模测度。那么并购完成后任意时刻  $t$ , 企业  $j$  的期望收益为

$$V(X_t) = E\left[\int_t^\infty e^{-\gamma(s-t)} (1 + c_j)(D_j + D_C)X_s ds\right]$$

$$= \frac{(1 + c_j)(D_j + D_C)X_t}{\gamma - \mu} \quad (7)$$

假设 5  $I$  为企业支付的一些额外费用, 包括实施并购需要支付的市场调查成本、清算成本和转移成本等, 这些成本多为沉没成本, 不具有回收性。

#### 4 模型的建立和求解

为了方便模型建立和讨论, 选择站在企业  $A$  的角度进行讨论。

##### 4.1 完全垄断情况下企业并购的期望收益

企业  $A$  在完全垄断情况下在  $t$  时刻实施并购的期望收益为

$$\begin{aligned} E^l[V_A^w(X_t)] &= \frac{(1 + c_A)(D_A + D_C)X_t}{\gamma - \mu} - \\ &\quad (1 + \theta_A)V_C(X_t) - I \end{aligned} \quad (8)$$

其中,  $l$  为完全垄断的情况,  $w$  为并购。

将(3)式代入(8)式得

$$E^l[V_A^w(X_t)] = \frac{(1 + c_A)D_A X_t + (c_A - \theta_A)D_C X_t - I}{\gamma - \mu} \quad (9)$$

##### 4.2 不完全信息下企业基于双目标并购的期望收益和最优时机

在不完全信息情况下, 企业  $A$  不能完全知道企业  $B$  所支付的价值补偿值, 只知道企业  $B$  给目标企业  $C$  的价值补偿中溢价比例  $\theta_B$  的概率分布, 若企业  $A$  成功并购目标企业  $C$ , 企业  $A$  需要支付的价值补偿值大于企业  $B$  支付的价值补偿值,  $(1 + \theta_A)V_C(X_t) > (1 + \theta_B)V_C(X_t)$ , 即  $\theta_A > \theta_B$ 。同时企业  $A$  只能以期望收益  $E[V_A^w(X_t)]$  作为对未来收益的无偏估计, 所以企业  $A$  在  $t$  时刻实施并购的期望收益为

$$\begin{aligned} E[V_A^w(X_t)] &= \left[ \frac{(1 + c_A)(D_A + D_C)X_t}{\gamma - \mu} - \right. \\ &\quad \left. (1 + \theta_A)V_C(X_t) - I \right] P(\theta_A > \theta_B) \end{aligned} \quad (10)$$

其中,  $P$  为概率。

企业  $A$  能够并购成功的概率为

$$\begin{aligned} P(\theta_A > \theta_B) &= P(\theta_B < \theta_A) \\ &= \int_{\theta_1}^{\theta_A} \frac{1}{\theta_2 - \theta_1} d\theta \\ &= \frac{\theta_A - \theta_1}{\theta_2 - \theta_1} \end{aligned} \quad (11)$$

$$0 \leq P(\theta_A > \theta_B) \leq 1 \quad (12)$$

企业  $A$  能够成功并购的概率越大, 说明企业并购失败的风险就越小, 反之则越大。

结合(3)式和(11)式化简(10)式得

$$E[V_A^w(X_t)] = \left[ \frac{(1 + c_A)D_A X_t + (c_A - \theta_A)D_C X_t - I}{\gamma - \mu} \right] \cdot$$

$$\frac{\theta_A - \theta_1}{\theta_2 - \theta_1} \quad (13)$$

企业A面临最优并购时机问题,即设 $T$ 为企业A进行并购的最优时机集合,需找到最优并购时机 $\tau^* \in T$ ( $*$ 表示最优),使收益最大化函数满足

$$\begin{aligned} F(X_t) &= \sup_{\tau \in T} E^p \left\{ \int_0^\tau e^{-\gamma t} D_A X_t dt + e^{-\gamma \tau} E[V_A^*(X_t)] \right\} \\ &= E^p \left[ \int_0^{\tau^*} e^{-\gamma t} D_A X_t dt + e^{-\gamma \tau^*} E[V_A^*(X_t)] \right] \quad (14) \end{aligned}$$

其中,上角标 $p$ 为受益的极大值情况。

同时企业A期望满足

$$\max P(\theta_A > \theta_B) \quad (15)$$

根据(14)式和(15)式建立最优并购时机问题的模型,找到最优并购时机 $\tau^*$ 和最优溢价比例 $\theta_A$ ,使企业A满足下列函数组,即

$$\begin{cases} F(X_t) = \sup_{\tau \in T} E^p \left\{ \int_0^\tau e^{-\gamma t} D_A X_t dt + e^{-\gamma \tau} E[V_A^*(X_t)] \right\} \\ \max P(\theta_A > \theta_B) \end{cases} \quad (16)$$

将(13)式代入(14)式,并化简得到

$$\begin{aligned} F(X_t) &= \frac{D_A X_{\tau^*}}{\gamma - \mu} + \\ &E^p \left[ e^{-\gamma \tau^*} \left[ \frac{(1 + c_A) D_A X_t + (c_A - \theta_A) D_C X_t}{\gamma - \mu} - I \right] \right] \cdot \\ &\frac{\theta_A - \theta_1}{\theta_2 - \theta_1} \end{aligned} \quad (17)$$

根据伊藤定理,(14)式满足下面的微分方程,即

$$\frac{1}{2} \sigma^2 X_t^2 \frac{\partial^2 F}{\partial X_t^2} + \mu X_t \frac{\partial F}{\partial X_t} - \gamma F = 0 \quad (18)$$

且方程满足下列边界条件,即

$$\begin{aligned} F(X_t^*) &= \frac{D_A X_t^*}{\gamma - \mu} + \\ &\left[ \frac{(1 + c_A) D_A X_t^* + (c_A - \theta_A) D_C X_t^*}{\gamma - \mu} - I \right] \cdot \frac{\theta_A - \theta_1}{\theta_2 - \theta_1} \end{aligned} \quad (19)$$

$$\frac{\partial F(X_t^*)}{\partial X_t^*} = \frac{D_A}{\gamma - \mu} + \frac{(1 + c_A) D_A + (c_A - \theta_A) D_C}{\gamma - \mu} \cdot \frac{\theta_A - \theta_1}{\theta_2 - \theta_1} \quad (20)$$

这些边界条件来自于对最优并购的考虑, $X_t^*$ 为最优并购时机时并购收益的边界值, $F(X_t^*)$ 为在此时实施并购的收益函数。(19)式为价值匹配条件,表示在最优并购时机时期权价值等于实施并购所得到的净收益。(20)式为平滑粘贴条件,根据最优停时理论可知,函数在临界点处连续且平滑是该点为最优停时的必要条件,由此可知,函数 $F(X_t)$ 在最优时机点 $X_t^*$ 存在唯一偏导数。根据实物期权方法的研究可知方程的解具有下面的形式,即

$$F(X_t) = H(X_t)^\beta \quad (21)$$

其中, $H$ 为 $(X_t)^\beta$ 的系数, $\beta$ 为大于1的常数。

将(21)式代入(19)式和(20)式所示的边界条件,

可求得方程的解为

$$\begin{cases} H(X_t)^\beta + \frac{D_A X_t}{\gamma - \mu}, X_t < X_t^* \\ \frac{D_A X_t}{\gamma - \mu} + \left[ \frac{(1 + c_A) D_A X_t + (c_A - \theta_A) D_C X_t}{\gamma - \mu} - I \right], \\ \frac{\theta_A - \theta_1}{\theta_2 - \theta_1}, X_t \geq X_t^* \end{cases} \quad (22)$$

$$\begin{cases} H(X_t^*)^\beta = \left[ \frac{(1 + c_A) D_A X_t^* + (c_A - \theta_A) D_C X_t^*}{\gamma - \mu} - I \right] \\ \frac{\theta_A - \theta_1}{\theta_2 - \theta_1} \\ H\beta(X_t^*)^{\beta-1} = \frac{(1 + c_A) D_A + (c_A - \theta_A) D_C}{\gamma - \mu} \cdot \frac{\theta_A - \theta_1}{\theta_2 - \theta_1} \end{cases} \quad (23)$$

$$\text{得 } H = \frac{(1 + \theta_A) D_A + (c_A - \theta_A) D_C}{\beta(\gamma - \mu)} \cdot \frac{\theta_A - \theta_1}{\theta_2 - \theta_1} X_t^{*\beta-1} \quad (24)$$

$$X_t^* = \frac{\beta}{\beta - 1} \cdot \frac{I(\gamma - \mu)}{(1 + c_A) D_A + (c_A - \theta_A) D_C} \quad (25)$$

所以企业A的最佳兼并时机为 $\tau^* = \inf\{t \geq 0 | X_t \geq X_t^*\}$ 。

由(25)式可知, $X_t^*$ 将 $X_t$ 划分为两个状态区间,根据实物期权的决策思想,当 $X_t < X_t^*$ 时,企业A可以暂缓并购,继续自我经营,以等待最佳时机,可以期待持有未来期权价值;当 $X_t \geq X_t^*$ 时,企业A可以立即实施并购,此时期权价值等于实施并购的期望收益。

#### 4.2.1 企业最优并购时机的分析

对(25)式中的 $\theta_A$ 求导可得

$$\frac{dX_t^*}{d\theta_A} = \frac{\beta}{\beta - 1} \cdot \frac{D_C I(\gamma - \mu)}{[(1 + c_A) D_A + (c_A - \theta_A) D_C]^2} > 0 \quad (26)$$

可见,在 $\beta, I, \mu, \gamma, c_A, D_A$ 和 $D_C$ 为固定值不变的情况下,企业A的最优并购时机随企业A给出的溢价比例而变动。当企业A和竞争对手企业B进行博弈并购时,取决于企业A给出的溢价比例 $\theta_A$ , $\theta_A$ 越大,得胜的概率也就越大,最优的并购时机越晚,获得的收益也就越大。

此时,根据实物期权的决策思想,①若企业A给出的溢价比例 $\theta_A$ 越高,即能够成功的概率越大,也就是并购失败的风险越小,A的并购时机随 $\theta_A$ 单调递增,因此溢价比例越高,并购时机 $X_t$ 越迟,获得的收益也就越大。当 $X_t < X_t^*$ 时,企业A可以暂缓并购以等待最佳时机,可以期待持有未来期权价值;当 $X_t \geq X_t^*$ 时,企业A可以立即实施并购,此时期权价值等于实施并购的期望收益。②若企业A给出的溢价比例 $\theta_A$ 越小则能够成功的概率越小,并购失败的风险就越大,此时企业A的并购时机随 $\theta_A$ 单调递减,因此溢价比例越低,并购的时机越早,这也为企业A规避风险提供了有力条件。当 $X_t < X_t^*$ 时,企业A可以暂缓并购,以等待最佳时机,可以期待持有未来期权价

值;当 $X_t \geq X_t^*$ 时,企业A可以立即实施并购,此时期权价值等于实施并购的期望收益。

#### 4.2.2 企业期望收益的分析

对(13)式中 $\theta_A$ 求导可得

$$\frac{\partial E[V_A^*(X_t)]}{\partial \theta_A} = \frac{1}{\theta_2 - \theta_1} \left[ \frac{(1 + c_A)D_A X_t + (c_A - 2\theta_A + \theta_1)D_C X_t}{\gamma - \mu} \right] \quad (27)$$

再对 $\theta_A$ 求二阶导数可得

$$\frac{\partial^2 E[V_A^*(X_t)]}{\partial \theta_A^2} = \frac{1}{\theta_2 - \theta_1} \cdot \frac{-2D_C X_t}{\gamma - \mu} < 0 \quad (28)$$

可见 $E[V_A^*(X_t)]$ 是关于 $\theta_A$ 的凹函数,令(27)式左边等于零,可得

$$\frac{1}{\theta_2 - \theta_1} \left[ \frac{(1 + c_A)D_A X_t + (c_A - 2\theta_A + \theta_1)D_C X_t}{\gamma - \mu} \right] = 0 \quad (29)$$

求解可得

$$\theta_A^{**} = \frac{(1 + c_A)D_A + (c_A + \theta_1)D_C}{2D_C} \quad (30)$$

其中, $\theta_A^{**}$ 为使并购企业取得最大期望收益的溢价比例。

由于

$$(1 + c_A)D_A + (c_A - \theta_1)D_C > 0 \quad (31)$$

所以

$$(1 + c_A)D_A + c_A D_C > D_C \theta_1$$

$$(1 + c_A)D_A + c_A D_C + \theta_1 D_C > 2D_C \theta_1$$

即

$$\theta_A^{**} = \frac{(1 + c_A)D_A + (c_A + \theta_1)D_C}{2D_C} > \theta_1 \quad (32)$$

下面分情况讨论。

(1) 若 $\theta_2 \leq \theta_A^{**}$ ,随着溢价比例 $\theta_A$ 的增大,企业A实施并购的期望收益也随之增大。

(2) 若 $\theta_2 > \theta_A^{**}$ ,当 $\theta_A \in [\theta_1, \theta_A^{**}]$ 时,随着溢价比例 $\theta_A$ 的增大,企业A实施并购的期望收益也随之增大;当 $\theta_A \in [\theta_A^{**}, \theta_2]$ 时,随着溢价比例 $\theta_A$ 的增大,企业A实施并购的期望收益越小。

根据实物期权的决策思想有以下情况。

(1) 若 $\theta_2 \leq \theta_A^{**}$ 或 $\theta_2 > \theta_A^{**}$ 且 $\theta_A \in [\theta_1, \theta_A^{**}]$ 时,企业A给出的溢价比例 $\theta_A$ 越大,即并购成功的概率也就越大,此时并购失败的风险越小,企业A实施并购的期望收益也越大,最优并购时机 $X_t^*$ 越迟越好。当企业A给出的溢价比例 $\theta_A$ 越小,即能够成功的概率越小,也就是并购失败的风险越大,企业A期望并购收益也就越小,此时最优并购时机 $X_t^*$ 越早越好,这也为企业A规避风险提供了有力条件。

(2) 当 $\theta_2 > \theta_A^{**}$ 且 $\theta_A \in [\theta_A^{**}, \theta_2]$ 时,虽然企业A给出的溢价比例 $\theta_A$ 越大,即并购成功的概率越大,并购失败的风险越小,但是企业A实施并购的期望收益

却越小,此时最优并购时机越迟越好。当企业A给出的溢价比例 $\theta_A$ 越小,即并购成功的概率越小,风险越大,但是企业A实施并购的期望收益却越大,此时并购时机越早越好。

当 $X_t < X_t^*$ 时,企业A可以暂缓并购,以等待最佳时机,可以期待持有未来期权价值;当 $X_t \geq X_t^*$ 时,企业A可以立即实施并购,此时期权价值等于实施并购的期望收益。

#### 4.3 处于完全优势下企业并购的期望收益和最优时机

作为并购企业,不仅需要考虑并购的期望收益,还需要考虑并购的成功概率,且最优并购时机与企业A给出的溢价比例 $\theta_A$ 相关。

由(25)式可知,存在一个 $\theta_A^* \in [\theta_1, \theta_2]$ 使 $P(\theta_A^* > \theta_B) > 0$ ,且

$$X_t^{**} = \frac{\beta}{\beta - 1} \cdot \frac{I(\gamma - \mu)}{(1 + c_A)D_A + (c_A - \theta_A^*)D_C}$$

使 $F(X_t^{**})$ 最大。

所以可将(16)式转化为

$$\begin{cases} X_t^* = \frac{\beta}{\beta - 1} \cdot \frac{I(\gamma - \mu)}{(1 + c_A)D_A + (c_A - \theta_A)D_C} \\ \max P(\theta_A > \theta_B) \end{cases} \quad (33)$$

其中, $X_t^*$ 为当溢价比例取 $\theta_A^*$ 时的最优并购收益边界值, $^{**}$ 为在溢价比例取 $\theta_A^*$ 时的最优情况。

若使 $P(\theta_A > \theta_B)$ 最大则 $\theta_A$ 取 $\theta_2$ ,此时 $P(\theta_A > \theta_B) = 1$ ,表示企业A在竞争中处于完全优势,成功的概率最大,企业A并购的期望收益为

$$E^2[V_A^*(X_t)] = \left[ \frac{(1 + c_A)D_A X_t + (c_A - \theta_2)D_C X_t - I}{\gamma - \mu} \right] \quad (34)$$

其中,2为企业处于完全优势的情况。

最优并购时机为

$$X_{t2}^* = \frac{\beta}{\beta - 1} \cdot \frac{I(\gamma - \mu)}{(1 + c_A)D_A + (c_A - \theta_2)D_C} \quad (35)$$

其中, $t2$ 为企业处于完全优势情况下的最优并购时机。

#### 4.4 完全垄断情况下和存在竞争情况下企业的期望收益和最优时机

由(9)式减去(13)式得

$$\Delta E[V_A^*(X_t)] = \left[ \frac{(1 + c_A)D_A X_t + (c_A - \theta_A)D_C X_t}{\gamma - \mu} - I \right] \left( 1 - \frac{\theta_A - \theta_1}{\theta_2 - \theta_1} \right) \quad (36)$$

$$\Delta E[V_A^*(X_t)] > 0 \quad (37)$$

其中, $\Delta E[V_A^*(X_t)]$ 为在垄断情况下并购企业所获收益与不完全信息下且存在市场竞争的并购企业所获收益的差值。

由(37)式可知,在信息不对称存在市场竞争的情况下,企业A并购目标企业C获得的收益小于企业A在完全垄断情况下并购目标企业获得的收益。

#### 4.5 对手企业并购的期望收益和最优时机

同理可得企业B在 $t$ 时刻实施并购的期望收益为

$$E[V_B^*(X_t)] = \left[ \frac{(1+c_B)D_B X_t + (c_B - \theta_B)D_C X_t - I}{\gamma - \mu} - I \right] \cdot \frac{\theta_B - \theta_1}{\theta_2 - \theta_1} \quad (38)$$

最优时机为

$$X_{t3}^* = \frac{\beta}{\beta - 1} \cdot \frac{I(\gamma - \mu)}{(1+c_B)D_B + (c_B - \theta_1)D_C} \quad (39)$$

其中,  $t3$ 为企业B的最优并购时机。

### 5 参数分析和数值讨论

为了对上面的结论有一个更直观的认识,本研究以表1所示的数值为基础,对模型进行参数分析和数值讨论。

表1 模型参数

Table 1 Model Parameters

参数	估计值	参数	估计值
$\sigma$	0.10	$\gamma$	0.08
$c_A$	1.00	$\theta_A, \theta_B$	[0.00, 2.00]
$I$	4 000.00	$\mu$	0.06
$D_A$	1.00	$D_C$	1.00

将参数值代入(25)式得

$$X_{t2}^* = \frac{\beta}{\beta - 1.00} \cdot \frac{80.00}{3.00 - \theta_A}$$

当 $\theta_A = 2.00$ 时, $X_{t2}^* = \frac{80.00\beta}{\beta - 1.00}$ ,当 $\theta_A = 1.00$ 时, $X_{t4}^* = \frac{40.00\beta}{\beta - 1.00}$ ,此时 $X_{t2}^* > X_{t4}^*$ , $t4$ 为 $\theta_A = 1.00$ 时企业的最优并购时机。

将参数值代入(13)式得

$$E[V_A^*(X_t)] = \left[ \frac{2.00X_t + (1.00 - \theta_A)X_t}{0.02} - 4000.00 \right] \cdot 0.50\theta_A$$

$$\theta_A^{**} = 1.50$$

当 $\theta_A \in [0.00, 1.50]$ 时, $E[V_A^*(X_t)]$ 随 $\theta_A$ 的增大而增大;当 $\theta_A \in [1.50, 2.00]$ 时, $E[V_A^*(X_t)]$ 随 $\theta_A$ 的减小而减小。

### 6 不完全信息下双目标并购策略分析

(1) 风险与收益的权衡。首先分析主并购企业A期望收益最大的价值比例 $\theta_A^{**}$ 是否在溢价比例概率分布的区间 $[\theta_1, \theta_2]$ 中。若 $\theta_2 \leq \theta_A^{**}$ ,即 $\theta_A^{**}$ 不在 $[\theta_1, \theta_2]$ 中,企业A赢得竞争对手企业B的概率越大,并购的风险越小,并且企业A并购成功的期望收益也越

大,此时主并购企业A给出的溢价比例应为 $\theta_2$ 。若 $\theta_2 > \theta_A^{**}$ ,即 $\theta_A^{**}$ 在 $[\theta_1, \theta_2]$ 内,主并购企业A给目标企业C的价值比例 $\theta_A \in [\theta_1, \theta_A^{**}]$ ,企业A赢得竞争对手B的概率越大,风险越小,且并购的期望收益越大,此时主并购企业A给出的溢价比例应为 $\theta_A^{**}$ ;如果 $\theta_A \in [\theta_A^{**}, \theta_2]$ ,企业赢得竞争对手B的概率越大,风险越小,并购获得的期望收益越小,此时企业A需要在获得高额收益和提高并购成功概率之间权衡,确定符合自己风险偏好的溢价比例。

(2) 风险、收益与最优并购时机的权衡。首先分析主并购企业A期望收益的最大价值比例 $\theta_A^{**}$ 是否在价值比例概率分布的区间 $[\theta_1, \theta_2]$ 中。若 $\theta_2 \leq \theta_A^{**}$ ,即 $\theta_A^{**}$ 不在 $[\theta_1, \theta_2]$ 内,企业A给出的溢价比例为 $\theta_2$ ,最优并购时机较迟,该时机为

$$X_{t2}^* = \frac{\beta}{\beta - 1} \cdot \frac{I(\gamma - \mu)}{(1+c_A)D_A + (c_A - \theta_2)D_C}$$

若 $\theta_2 < \theta_A^{**}$ ,即 $\theta_A^{**}$ 在 $[\theta_1, \theta_2]$ 内,如果主并购企业A给目标企业C的价值比例 $\theta_A \in [\theta_1, \theta_A^{**}]$ ,企业A给出的溢价比例应为 $\theta_A^{**}$ ,最优并购时机较迟,该时机为

$$X_{t2}^* = \frac{\beta}{\beta - 1} \cdot \frac{I(\gamma - \mu)}{(1+c_A)D_A + (c_A - \theta_A^{**})D_C}$$

如果企业A给目标企业C的价值比例为 $\theta_A \in [\theta_A^{**}, \theta_2]$ ,企业A赢得竞争对手企业B的概率越大,并购的风险越小,但是并购成功时的价值收益也越低,此时的最优并购时机也就越迟越好。若企业在最优并购时机后并购,可获得最大收益;最优并购时机之前,企业A可选择继续等待,以获取最大的收益。反之,当企业A给目标企业C的价值越低,企业A赢得竞争对手B的概率也越小,即成功并购的概率越小,并购的风险也越大,但是并购成功时的价值收益越高,为了规避风险,此时的最优并购时机越早越好。企业在最优并购时机进行并购,可获得最大收益。若企业A确定了可以获得最大收益的并购时机,在此之前可选择继续等待以获取最大的收益。但是,由于市场竞争激烈的环境下,当企业A对目标企业C感兴趣时,企业A不愿见到为了获得更高的价值收益而需要忍耐较长的时间,所以企业A需要制定合理的溢价比例,权衡收益与风险,从而得到最优的并购时机。

### 7 结论

本研究运用期权博弈的方法,通过引入价值补偿中溢价比例的概率分布,对不完全信息下的并购企业,力求得到最大并购概率和收益最大化双目标下的并购决策。研究得到以下结论。

(1) 在不完全信息且存在竞争对手的情况下,企业给出的溢价比例越高,能够成功实施并购的概率越大,最优并购时机越迟越好。

(2) 若并购企业取得最大期望收益的溢价比例不在概率分布的区间内,并购企业的溢价比例应取分布区间的最大值,这时并购企业既可以达到降低

风险增加成功并购概率的目的,也可获得最大的期望收益。

(3)若并购企业取得最大期望收益的溢价比例在概率分布的区间内,并购企业的溢价比例取该溢价比例时,可使期望收益获得最大,但并购企业需要对成功并购的概率与收益做出权衡,当溢价比例取得越高时,要想获得较大的期望收益就要延迟并购时机。

(4)完全垄断的并购企业在进行并购时的期望收益大于不完全信息下存在竞争的并购企业并购时的期望收益,说明竞争因素削弱了并购的实物期权价值。

本研究没有考虑企业存在多个竞争对手的情况以及并购企业与目标企业双向博弈的情况,在后续的研究中将解决不完全信息下并购企业存在多个竞争对手时的并购策略以及并购企业与目标企业的双向博弈问题,从而完善本研究的成果。

### 参考文献:

- [1] Smith K W , Triantis A J . The value of options in strategic acquisitions [ M ] // Trigeorgis L . Real options in capital investment : Models , strategies , and applications . Westport , CT : Greenwood Publishing Group , 1995 :135–149.
- [2] 何沐文,刘金兰. 基于实物期权的外包时机决策模型[J]. 系统工程,2011,29(5):38–42.  
He Muwen , Liu Jinlan. Timing strategy of partial outsourcing based on real option [ J ]. Systems Engineering , 2011 ,29(5) :38–42. (in Chinese)
- [3] Moon Y. Efforts and efficiency in partial outsourcing and investment timing strategy under market uncertainty [ J ]. Computers & Industrial Engineering , 2010 ,59(1) :24–33.
- [4] Lo K H , Lan Y W . An approach to the R&D value based upon real option method [ J ]. Quality & Quantity , 2010 ,44(3) :509–527.
- [5] Zhao X , Lu X . R&D investment valuation in growth option under incomplete information [ C ] // Proceedings IEEE the 17th International Conference on Industrial Engineering and Engineering Management . Beijing : Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc , 2010 :1699–1703.
- [6] Lambrecht B M . The timing and terms of mergers motivated by economies of scale [ J ]. Journal of Financial Economics , 2004 ,72(1) :41–62.
- [7] Alvarez L H R , Stenbacka R . Takeover timing , implementation uncertainty , and embedded divestment options [ J ]. Review of Finance , 2006 ,10 (3) :417–441.
- [8] Thijssen J J J . Optimal and strategic timing of mergers and acquisitions motivated by synergies and risk diversification [ J ]. Journal of Economic Dynamics and Control , 2008 ,32(5) :1701–1720.
- [9] Lambrecht B M , Myers S C . A theory of takeovers and disinvestment [ J ]. Journal of Finance , 2007 ,62 (2) :809–845.
- [10] Smets F R . Exporting versus FDI : The effect of uncertainty , irreversibilities and strategic interactions [ R ]. New Haven : Yale University , 1991 :3–7.
- [11] Dixit A ,Pindyck R . Investment under uncertainty [ M ]. Princeton:Princeton University Press ,1994 :186–195.
- [12] Huisman K J M . Technology investment : A game theoretic real options approach [ M ]. Boston : Kluwer Academic Publishers , 2001 :152–164.
- [13] Morellec E ,Zhdanov A . Financing and takeovers [ J ]. Journal of Financial Economics , 2008 ,87 (3) :556 – 581.
- [14] 崔文秀,章伟果,张涛. 基于资产重组成本信息不完全的兼并时机 [ J ]. 系统工程 , 2010 , 28 (6) :25–29.  
Hu Wenxiu , Zhang Weiguo , Zhang Tao. The timing of merger based on incomplete information on the asset restructuring cost [ J ]. Systems Engineering , 2010 ,28(6) :25–29. (in Chinese)
- [15] Smit H T J . Acquisition strategies as option games [ J ]. Journal of Applied Corporate Finance , 2001 ,14 (2) :79–89.
- [16] 何德忠,孟卫东. 一种成本和收益不同的双头垄断期权博弈模型 [ J ]. 系统工程 , 2006 , 24 (2) :23–27.  
He Dezhong , Meng Weidong. An asymmetric duopoly option-game model [ J ]. Systems Engineering , 2006 , 24(2) :23–27. (in Chinese)
- [17] 徐向艺,杨秀华. 竞争条件下管理层收购的投资价值及最优投资时机分析:基于实物期权博弈的角度 [ J ]. 经济与管理研究 , 2007 (3) :37–42,49.  
Xu Xiangyi , Yang Xiuhua. Study of invest value and choice of optimal time of MBO under competitive basis : Based on real option game [ J ]. Research on Economics and Management , 2007 (3) :37–42,49. (in Chinese)
- [18] 唐振鹏. 竞争情形下基于期权博弈的战略并购决策分析 [ J ]. 武汉理工大学学报 , 2009 , 31 (6) :153–156,160.  
Tang Zhenpeng. Decision-making of corporate strategic M&A under the condition of competition based on option games [ J ]. Journal of Wuhan University of Technology , 2009 , 31 (6) : 153 – 156 , 160. ( in Chinese)
- [19] 廖玉玲,洪倩霖. 基于期权博弈的投资时机选择 [ J ]. 财经理论与实践 , 2011 ,32(4) :31–34.  
Liao Yuling , Hong Qianlin. The timing selecting of investment based on option game [ J ]. The Theory

- and Practice of Finance and Economics , 2011,32(4) 31-34. (in Chinese)
- [20] 郑湘明,陈晓红. 基于非完全信息期权博弈的企业并购决策时机 [J]. 系统工程 , 2011, 29 (7) :81-84.
- Zheng Xiangming , Chen Xiaohong. The decision-making timing of enterprise M&A under incomplete information based on real option-game [ J ] . Systems Engineering , 2011,29(7) :81-84. ( in Chinese )
- [21] 张涛,扈文秀,陈豪. 不完全信息下基于成功概率最大化的善意兼并策略 [J]. 统计与决策 , 2011(18) :41-44.
- Zhang Tao , Hu Wenxiu , Chen Hao. Merger strategy based on the maximum probability of success under incomplete information [ J ] . Statistics and Decision , 2011(18) :41-44. ( in Chinese )

## The Decision-making Research of M&A under Incomplete Information Based on the Two Goals

Chen Shaogang, Cheng Yanhua

School of Mathematical Sciences , University of Electronic Science and Technology of China , Chengdu 611731 , China

**Abstract:** The paper establishes a compound real option model to study the decision-making of M&A enterprises for meeting the revenue maximization and successful M&A probability maximization in a competitive environment. First, the paper introduces the reality that the M&A enterprise possesses incomplete information of value compensation on competitors. Then, the paper uses real option game with the revenue maximization and successful M&A probability maximization as the goal to establish the decision model of M&A and solves for the optimal M&A timing. Last, the paper analyzes the M&A decision-making on the basis of the above conclusions. And we get the strategy selection of the M&A enterprise by numerical comparison. The results shows that the expected return of the M&A enterprise in the competition under incomplete information is less than the that in the perfect monopoly under complete information. Competitive factors weak the value of M&A real options. When the M&A enterprise is in M&A game with competitors, the higher value compensation the M&A enterprise offers to the target enterprise, the later the best M&A opportunity produces. Under incomplete information, when the proportion of the premium that obtains the maximum expected return of M&A enterprise is not included in the probability distribution, the M&A enterprise should take the maximum value for getting the largest expected return and the largest successful M&A probability. On the contrary, when the proportion of the premium that obtains the maximum expected return of M&A enterprise is included in the probability distribution, the M&A enterprise can take this proportion of the premium to maximize the expected return with lacking of largest successful M&A probability. The M&A enterprise should balance between the largest return and successful M&A probability, because increased proportion of the premium receives high returns with delaying M&A opportunity.

**Keywords:** mergers and acquisitions ; real option game ; expected return ; successful M&A probability ; value compensation ; optimal timing

**Received Date:** February 22<sup>nd</sup>, 2012      **Accepted Date:** July 5<sup>th</sup>, 2012

**Biography:** Dr. Chen Shaogang, a Sichuan Ningnan native (1966 - ), graduated from University of Electronic Science and Technology of China and is a professor of School of Mathematical Sciences at University of Electronic Science and Technology of China. His research interests include foreign direct investment and price theory, etc. E-mail:csg1966@163.com

□