



零售信用组合的信用传染

龙 泉^{1,3}, 丁永生²

1 复旦大学 应用经济博士后流动站, 上海 200433

2 东华大学 信息科学与技术学院, 上海 201620

3 上海电机学院 商学院, 上海 200245

摘要:利用复杂网络和流行过程理论,分析基于简单规则结构的信用传染、对均场依赖的信用传染以及信用传染中核心信用粒子与传染动态的关系。在简单规则网络的结构中,信用组合发生信用传染存在临界特征,当信用粒子被传染的概率高于临界值时,整个信用组合将被传染,信用网络发生的传染效应还受网络中节点状态、整个信用网络的均场状态等因素的影响。对均场依赖的信用传染中,信用传染存在对初始被传染密度、传染系数以及信用粒子恢复系数的依赖,并且传染过程也表现出依赖参数的临界特征。在信用传染中起核心传染作用的信用粒子,在整个组合演化中决定着非核心信用粒子被传染的规模。研究还发现信用传染过程对整个组合信用传染的均场依赖和对组合局部被传染密度的非线性依赖。研究为信用传染的压力测试提供理论支持。

关键词:信用传染;网络结构;均场依赖;传染阈

中图分类号:F830.5

文献标识码:A

文章编号:1672-0334(2011)02-0094-09

1 引言

1997年的亚洲金融危机和2007年的美国次级债危机使金融风险研究逐渐关注信用传染问题^[1-2]。基于信用网络观点,零售信用组合可被视为一种信用关系结构,组合中发生的信用传染则是在信用关系中的流行扩散过程^[3-4],以下在不引起歧义的情况下,将零售信用组合简称为信用组合或者组合,组合中包含的单个信用被称为信用粒子。信用传染反映的是信用违约依时相关的关系,表现出信用传染分级传导的特征^[5]。在市场中信用传染还存在另一种效应,一个公司的破产对其竞争者来说可能意味着将获得更大的市场份额。本研究仅探讨信用传染产生的违约伴生效应,对竞争效应不做讨论。尽管在银行信用业务中零售信用具有较低风险集中度,但仍然不能避免零售信用组合内部信用间形成高度关联的信用网络,在这种信用网络中一旦发生信用传染,将导致大规模的聚集性损失。对零售信用组合中信用传染研究的相对缺乏是本研究探讨该金融现象的原动力。

2 相关研究评述

在传统的信用模型中,由于忽视了微观债务人之间的动态信用依赖的关系,可能会低估存在的违约风险^[4]。为反映债务人违约依赖结构,一类模型利用 Copula 函数建立微观债务个体之间的依赖结构。在这类模型中,必须选择合适的 Copula 函数^[6],但是构建合适的、能正确反映风险分布特征的 Copula 函数并不容易^[7]。另外,由于信用风险传染效应导致信用相关性发生改变,使用静态的关联函数法并不能反映信用关联结构依时变化的动态特征。在这种背景下, Davis 等^[8]首次提出带违约传染的信用风险模型; Jarrow 等^[9]假设公司的违约强度显性依赖于市场中相关公司的违约状况,所提出的违约传染模型具有传染和反馈的双层效应,该模型又称为双随机模型。Jarrow 等的模型主要讨论不同公司的相互作用,但相关的实证研究表明,基于双随机的假设不能完全反映违约的依赖^[10-11]。Giesecke 等^[12]基于相互作用的粒子系统观点,建立一种类似 voter model 的信用传染模型,给出企业信用组合的渐近损失分布,该

收稿日期:2010-05-27 修返日期:2011-01-12

基金项目:国家自然科学基金(70701009)

作者简介:龙泉(1975-),男,新疆石河子人,毕业于东华大学,获博士学位,现为复旦大学应用经济博士后流动站博士后、上海电机学院商学院讲师,研究方向:金融风险、智能决策和内部评级等。E-mail:dragonfountain@126.com

方法为零售信用传染建模提供了一种新的思路。

Haworth^[13]提出关于公司债券在违约传染条件下的回报模型,他认为银行需要从个体风险和聚集风险两个层面为暴露(exposure)建模;Egloff等^[4]提出一种简单信用传染模型,他们认为即使是充分分散的信用组合,适度的微观信用依赖结构仍会对信用损失分布产生显著的影响;Horst^[14]研究信用评级的相互作用,并提出信用评级演化的均衡模型;Dai等^[15]基于粒子系统的方法,研究业务联结形成的企业信用网络的信用风险,并特别探讨在信用危机中如何预测银行信用组合可能遭受的损失。

Rösch等^[16]认为,经典信用组合风险模型和新资本协议(Basel II)仅关注组合中债务人之间的对称依赖的相关性,所以他们在非对称依赖条件下提出一个简单信用组合风险模型,对非对称的依赖情况做出分析,结合Moody's的信用数据验证确实存在显著的信用传染效应,研究通过压力测试进一步显示信用传染会对信用损失产生重要的影响。

Gai等^[17]利用复杂网络理论^[12,18-19]研究在一个金融网络中相互连接节点形成群的行为,对信用网络中可能受到影响的群体(易感银行群体)的规模做出预测;他们还指出同样的金融冲击对金融系统可能造成不同影响作用,网络对金融冲击的恢复力的历史表现并不能作为预测未来传染的依据。

关于信用传染风险研究最近几年也受到中国学界的关注。李宗怡等^[20]利用压力测试的方法度量银行同业市场的传染风险;张志波等^[21]运用VaR系统的方法,检验金融危机传染效应。还有一些文献系统地介绍金融传染风险。王倩等^[22]在简约模型和结构化模型的框架下,对现有的传染模型进行回顾;陈兵等^[23]介绍基于信用链接的银行网络中风险传染研究的最新成果,并用仿真的方法研究银行网络中的风险传染问题;张志英^[24]探讨金融风险传染中的金融风险传导的条件、传导强度、传导效应、传导的终止以及金融风险传导的防御对策等问题;史永东等^[25]利用Levy过程描述组合信用衍生品的违约聚集现象,模型同时带跳和均值回复的过程,该模型属于传统期权定价模型的分支。

综上所述,在一个大的零售信用组合中,债务人之间动态的信用违约依赖是一种常见的现象。目前关于信用网络的信用传染定量研究仍处于起步阶段,虽然网络理论广泛应用于诸多学科领域,但将其应用于信用风险研究(特别是用于零售信用传染的研究)还不多见。因此从信用网络的角度探讨零售信用组合的信用传染风险,对理论和金融监管都具有重要的意义。本研究将在Giesecke等^[12]、Egloff等^[4]和Horst^[14]信用传染研究的基础上,并考虑信用微观结构,结合复杂网络理论^[18],探讨零售信用组合中的信用传染动态。

3 信用传染模型

如果将零售信用组合中信用违约扩散视为信用

传染过程,为提出基本信用传染模型,需先明确传染的特征。借鉴一般流行理论^[26-28]和Basel II的相关规定^[29],假设发生信用传染需满足以下基本条件。

(1) 至少要求有两个以上的信用粒子;

(2) 信用粒子之间存在某种类型的社会关系,并且通过这种粒子彼此相互作用的关系对的信用状况产生影响,孤立的信用粒子不会与其他信用粒子发生信用传染关系;

(3) 信用传染是一种通过信用违约表现出来的社会行为,信用粒子之间的传染满足独立同分布,可以通过某种反映对违约接受程度的函数表现出来。将信用粒子对违约接受程度定义为在(0,1)上的函数,个体对违约接受程度的变化是从不接受(状态S)到接受(状态I)的变化过程。为简单起见,设信用网络中 $\sigma(x,t)$ 为信用粒子 x 依时间 t 的状态变量, $\sigma(x,t)$ 取值1或0。即在 t 时刻,当信用粒子处于被传染状态I时, $\sigma(x,t)$ 为1;在 t 时刻,信用粒子处于易感状态S时, $\sigma(x,t)$ 为0。

令有限信用网络为静态网络,信用网络的结构不随时间发生变化。在这些基本假设条件下,零售信用组合中的信用传染机制可以表示为在随机网络空间 g ,一个由 N 个点的点集 V 和有限边集 E 组成有限网络 $G(V,E)$ 。结合一般流行理论构造状态转移的形式,进一步假设信用粒子 x 的状态转移条件概率关系为

$$P\{\sigma(x,t+1)=1 \mid \sigma(x,t)=0\} = h_x \left[\sum_{y \sim x} \sigma(y,t) \right] + \beta(x) [b(t)]^2 \quad (1)$$

$$P\{\sigma(x,t+1)=0 \mid \sigma(x,t)=1\} = \gamma(x) [1-b(t)] \quad (2)$$

其中, $h_x \left[\sum_{y \sim x} \sigma(y,t) \right]$ 为信用粒子受邻域 $\{y \mid y \sim x\}$ 影响的局部作用项,如局部作用项是信用粒子的回报函数, $y \sim x$ 为 y 与 x 存在信用关系,其实际意义是粒子 x 与组合中其他粒子 y 建立的信用关系,即邻居; $\beta(x)$ 为传染系数,简记为 β ; $b(t)$ 为被传染的信用粒子的密度,反映整个组合中已被传染的信用粒子状况的均场项; $\gamma(x)$ 为信用粒子恢复系数,简记为 γ 。 γ 与 x 的邻居关系满足下式,即

$$N(x) = \{y: d(x,y) \leq 1\} \quad (3)$$

其中, $d(\cdot, \cdot)$ 为网络中距离的度量,假设 $d(x)$ 为节点 x 的度。 T 时刻零售信用组合中 $b(t)$ 为

$$b(t) = \frac{1}{N} \sum_{y \in V} \sigma(y,t) \quad (4)$$

(1)式和(2)式的直观意义是信用粒子 x 被传染的状况依赖于与之发生信用关系的信用粒子(邻居)的状况,同时还受反映整个组合中已被传染的信用粒子状况的均场项 $b(t)$ 的影响。另外,因为传染效应是作用在信用网络中仍未被传染的信用粒子,而传统的违约率也是反映总体中信用发生违约的比例,所以在这里假设信用粒子对信用传染的接受度与 $[1-b(t)]$ 成比例是合理的。从(1)式和(2)式还可以

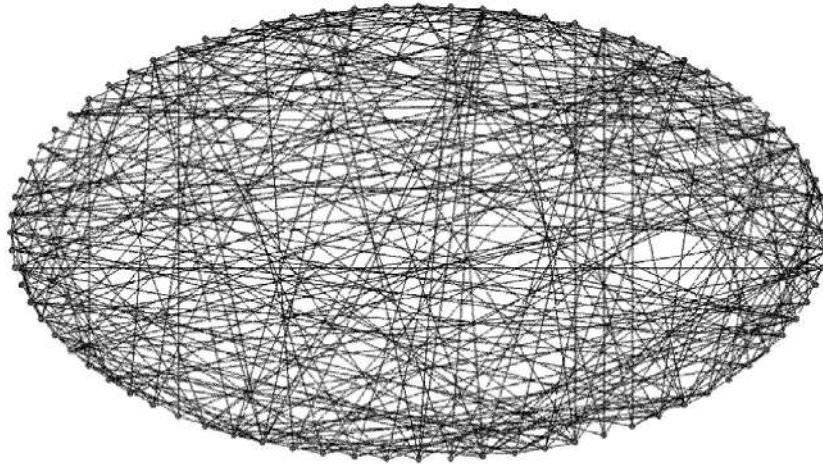


图1 结构化的信用组合中信用网络的结构示意图

Figure 1 Schematic Representation of Structure of Credit Network in a Structured Credit Portfolio

知道,信用粒子的邻居信用状况也可以对信用粒子的信用状况起良性的影响,使信用粒子的信用状况转好。

参照 Haas^[30] 和 Zhou 等^[31] 在传染研究中构建局部依赖的方法,设信用传染函数 $h(i)$ 存在如下局部依赖关系,即

$$h(i) = 1 - (1 - \varepsilon)^i \tag{5}$$

其中, ε 为信用粒子受已违约邻居的影响而被传染的概率, i 为信用粒子的邻居被感染的数量。

基于上面的条件,下面讨论在零售信用组合中的两类规范的信用传染函数。

定义1 如果对于信用传染函数 h ,在组合中被传染信用粒子的数目存在临界阈 Δ ,使

$$(1) \text{ 当 } 0 < i < \Delta \text{ 时, } h(i) = \varepsilon$$

$$(2) \text{ 当 } i \geq \Delta \text{ 时, } h(i) = \alpha \gg \varepsilon。$$

其中, α 是一个远大于 ε 的数。则称函数 h 是一个对信用粒子独立且有固定临界阈 Δ 的信用传染函数。在本节限定讨论具有固定临界阈的信用传染问题。当 ε 和 k 很小时, $h(k)$ 与 εk 成比例。当某个信用粒子 x 的邻居 $N(x)$ 被传染的个体数低于临界阈 $\Delta(x)$ 时, $h(k)$ 的值接近于 0; 大于 $\Delta(x)$ 时, $h(k)$ 值为 α , 且 α 大于 0。

对于上述定义,如果临界阈是对信用关系依赖的,对上述两种情况有

$$(1) h_x(i) = \varepsilon, \text{ 当 } 0 < i < \delta d(x);$$

$$(2) h_x(i) = \alpha \gg \varepsilon, \text{ 当 } i \geq \delta d(x)。$$

其中, $h_x(\cdot)$ 是一个对信用关系依赖且存在相对阈的信用传染函数; δ 为信用粒子 x 的邻居中出现违约的比例, $\delta \in (0, 1)$ 。在一般的 voter model 中^[12], 信用传染的阈函数可表示为

$$\begin{cases} h_x(i) = \varepsilon, & i < 0.5d(x) \\ h_x(i) = \alpha, & i \geq 0.5d(x) \end{cases} \tag{6}$$

4 信用网络结构

信用粒子对整个信用组合和其邻居已被传染状

况的依赖是信用传染过程的一个重要特征,信用网络中传染的爆发除受局部网络结构的影响外,还有一种重要原因是由整个网络产生的均场作用^[12]。典型的零售信用组合形成的信用网络结构如图 1 所示,图 1 由 pajek 程序生成。本节将探讨一种简单结构的信用网络中初始被传染信用粒子密度与信用网络的传染动态的关系。

4.1 简单规则结构的信用网络的传染

假设在一个零售信用组合中,初始的信用粒子的连接结构为规则网络^[12]。信用网络中每个信用粒子(节点)与 4 个信用粒子连接,信用网络的根信用粒子可与 3 个信用粒子形成连接,根信用粒子在信用网络的边界上,如图 2 所示。图 2 中左边根节点即为此类信用粒子,与其他信用粒子之间只存在 3 条联系,则当整个信用网络充分大时,可被近似的看做一个无穷规则树结构。A 节点为根节点,与另外 3 个节点 B、C、D 相连;

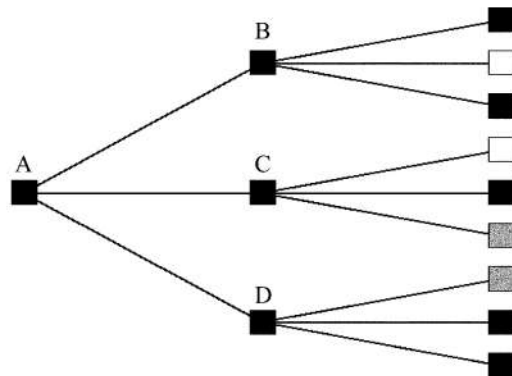


图2 度为 4 的规则信用网络的局部连接图

Figure 2 Segment of Vertices (Credit Granulae) of Degree 4 in Retail Credit Network

网络中黑色节点表示正常状态的信用粒子,白色节点表示被传染的信用粒子,灰色节点表示初始

为黑色,但最终转变为白色节点,即灰色节点是初始为非违约的节点,最终被传染的节点。为便于讨论,给出本节所述信用网络中信用传染免疫的定义。

定义2 对于临界阈 $\Delta = 2$,信用粒子形成的簇是传染免疫的,指对于一个组合内的划分,当簇中任意一个信用粒子至少存在2个信用状态处于非违约状态的邻居。

由本节所述规则网络形式和定义2可知,对于根节点与其他处于不同状态节点连接中,要保持非违约状态只有3种形式,如图3所示。图3(a)中与根节点连接的3个节点中有一个节点为白点,处于违约态,另外两个为黑色;图3(b)中与根节点连接的3个节点均处于黑色状态(非违约态);图3(c)中与根节点连接的3个节点中,两个节点为黑色状态,一个节点为灰色状态。除以上3种情况,与根节点相连接的3个节点处于其他状态都会导致根节点发生违约,转变为白色。设组合中的信用粒子被传染的概率为 p ,不被传染的概率为 $(1-p)$,求出临界概率 p_δ 。当 $p > p_\delta$ 时,整个组合以概率1被传染;当 $p < p_\delta$ 时,信用组合中信用粒子被全部传染的概率为0。当根节点为非违约的节点时,假设 z 为根节点包含于一个免疫簇的概率。

在初始时刻 t_0 ,考察组合中一个在信用网络的边界上、初始状态处于非违约态的信用粒子发生信用传染。

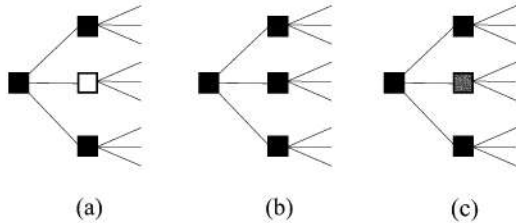


图3 组合中信用粒子的状态及连接形式
Figure 3 Different Structure in the Neighborhood of a Root Credit Granule

因为图3中(a)、(b)和(c)3种状态对应的根节点保持非违约的概率分别为 $3(1-p)^3z^2(1-z)$ 、 $(1-p)^3z^3$ 和 $3(1-p)^2pz^2$,又因为网络为无穷规则树,所以由一般支衍理论可得根节点处于非违约态的递归方程,即

$$z = (1-p)^3z^3 + 3(1-p)^3z^2(1-z) + 3(1-p)^2pz^2 \tag{7}$$

该方程的解为

$$z = \begin{cases} \frac{1}{2p^3} \left[\frac{3}{2}(1-p)^2 \pm \frac{1}{2} \sqrt{-8(1-p)^3 + 9(1-p)^4} \right] \\ 0 \end{cases} \tag{8}$$

(8)式存在解的条件是 $-8(1-p)^3 + 9(1-p)^4 > 0$,且 $(1-p)$ 是大于0的解,因此可得信用组合的临界概率 $p_\delta = \frac{1}{9}$ 。也就是意味着,信用传染的临界阈 $\Delta = 2$,当

$p \geq \frac{1}{9}$ 时,整个组合以概率1被传染;当 $p < \frac{1}{9}$ 时,信用组合中被全部传染的概率为0。

从以上结论可知,在特定规则网络结构的信用网络中存在临界阈。对于一般信用网络中的传染情况,已有对复杂网络的研究表明,经济结构和社会系统都有复杂网络的形态^[32]。在零售信用网络中,构建这样的信用网络通常需要掌握大量的信用关系数据,这不论是对一般的评级机构,还是金融监管部门都是非常困难的。在其他研究方法无法解决这种困境时,均场理论为研究这种复杂动态系统提供了一种适合的工具,均场在处理微观结构不易被描述的复杂系统上有着独特的优势。一些均场理论在网络研究中的应用表明,如果缺乏必要的度(degree)相关的结构信息,一些传统微观网络作用模型并不易被实际应用,而应用均场理论有助于绕开复杂的微观作用^[33-35],直接探讨整个系统层面的状态。因此,下面从均场角度对零售信用组合的信用传染进行讨论。

4.2 均场依赖的信用传染过程

设信用粒子的状态从非传染态 S 转变到传染态 I ,除体现在行为的变化(如出现财务困境或者违约发生等),还体现在思想对违约的接受度上。在实际中,因为所处的经济环境变坏,债务人可能为了保护自身的财务状况,在其有偿付能力的情况下主动采取违约,这种形式就是对信用传染的接受,也就是信用传染既存在对局部信用粒子之间关系的依赖,同时信用传染也是对整个组合信用均场状况依赖的动态过程。为了对信用传染均场依赖行为做出适当的描述,限定所讨论的模型是时间离散的。由(1)~(5)式可知信用粒子受均场作用影响的项为

$$P\{\sigma(x, t+1) = 1 | \sigma(x, t) = 0\} = \beta [b(t)]^2 \tag{9}$$

$\beta \in [0, 1]$

另外,考虑到因整个信用组合状况或经济环境的改善,信用粒子的信用状况向良性方向恢复,令被传染的信用粒子恢复概率由(2)式给出。综合(9)式和(2)式可以得到 $(t+1)$ 时刻被传染的信用粒子的密度为

$$\begin{aligned} b(t+1) &= [1 - b(t)]\beta [b(t)]^2 + b(t) - \gamma b(t)[1 - b(t)] \\ &= (1 - \gamma)b(t) + (\gamma + \beta)[b(t)]^2 - \beta [b(t)]^3 \end{aligned} \tag{10}$$

(10)式是一个随机动力系统,令整个系统达到均衡状态,考察零售信用组合初始出现违约的信用粒子的密度 $b(t)$ 。

显然 $b(t) = 0$ 是(10)式一个解,其实际意义是,当零售信用组合的初始状态所有的信用粒子都处于非违约状态时,随机的动力系统中所有信用粒子保持非违约状态。

当 $b(t) > 0$ 时,(10)式存在另外一个稳定点 $b(t) = 1$ 。该点是一个极端点,表明信用组合中的所有信用粒子发生违约。

除以上两个极端点之外,当 $\beta \neq 0$ 时,系统的稳定点依赖于参数 (β, γ) 的取值。假设 $b^*(t)$ 为系统的稳定点,带入(10)式,有

$$b^*(t) = (1 - \gamma)b^*(t) + (\gamma + \beta)[b^*(t)]^2 - \beta[b^*(t)]^3 \quad (11)$$

经化简整理为

$$\beta[b^*(t)]^2 - (\gamma + \beta)b^*(t) + \gamma = 0 \quad (12)$$

由(12)式存在解条件可知

$$(\gamma + \beta)^2 - 4\beta\gamma = (\gamma - \beta)^2 \geq 0 \quad (13)$$

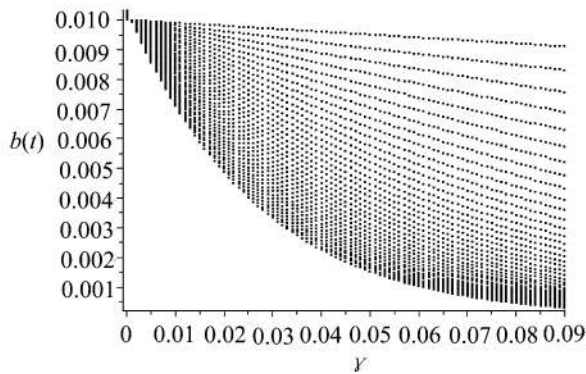
方程必然有解,得到形式为 $b^*(t) = \frac{\gamma}{\beta}$ 的稳定点。

如令 $\lambda = \frac{\gamma}{\beta}$,其意义是有效的传染率。并且在信用组

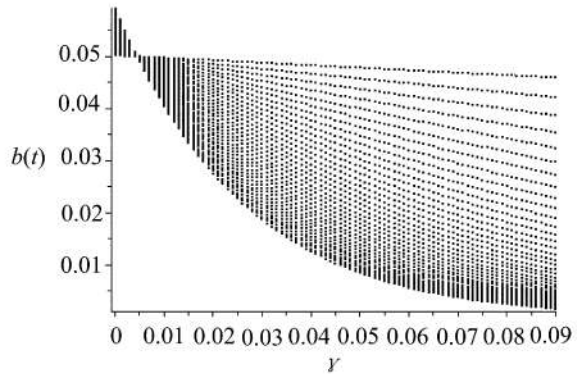
合中,参数对 (β, γ) 如满足条件s.t. $\gamma < \beta$,直观意义是当信用传染扩散时,信用粒子被传染趋势大于恢复趋势,系统在 $b^*(t) = 0$ 和 $b^*(t) = 1$ 两点是局部稳定的。

为说明动力系统(10)式的特征,给出(10)式的一些 $b(t)$ 与 γ 关系的仿真结果,如图4和图5所示,图4和图5由maple程序生成。

图4(a)和图4(b)中,信用粒子初始被传染的密度分别为 $b(0) = 0.01$ 和 $b(0) = 0.05$,反映 $b(t)$ 与 γ 的关系,并且 $\beta = 0.09$,满足 $\gamma < \beta$,被传染密度由(4)式给出。与每一个 γ 值对应的纵向点列为组合的传染密度 $b(t)$ 随时间 $t \in [0, 36]$ 的分布。图5为 $b(t)$ 在给定参数情况下,依时间 t 的演化,反映了信用传染与信用组合中的初始传染密度相关,同时还与 β 和 γ 取值密切相关。图5中 $b(0) = 0.01, \beta = 0.09$,对于参数 γ ,存



(a) $b(0) = 0.01$



(b) $b(0) = 0.05$

图4 $b(t)$ 与 γ 的关系

Figure 4 Relationship between $b(t)$ and γ

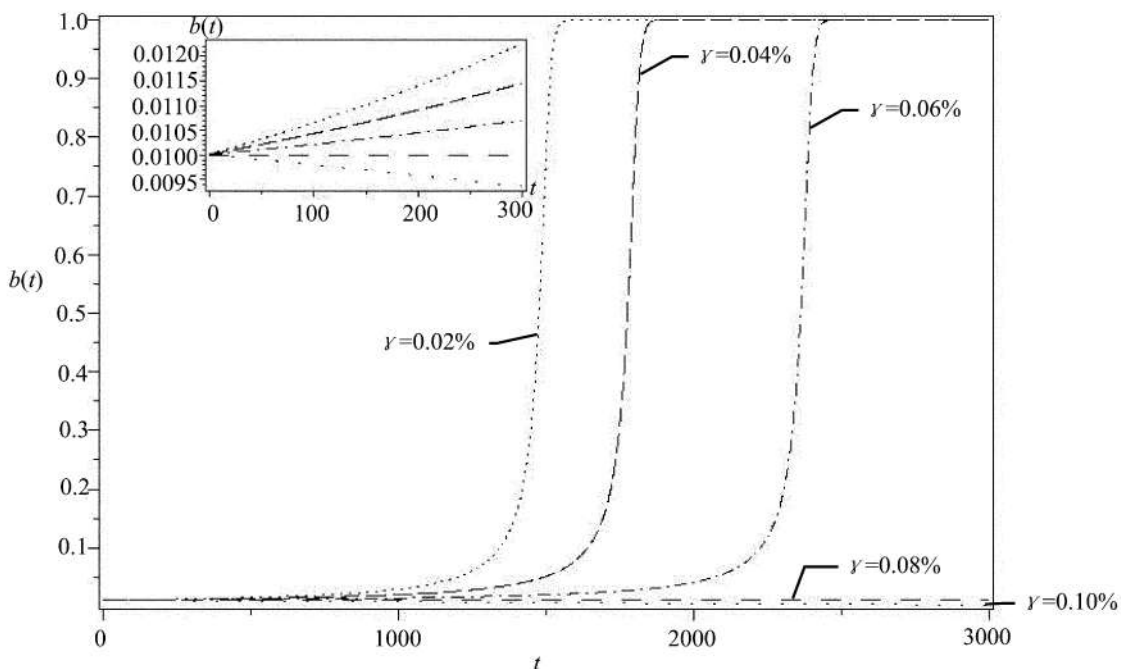


图5 $b(t)$ 与 t 的关系, $\beta = 0.09, b(0) = 0.01$

Figure 5 Relationship between $b(t)$ and $t, \beta = 0.09, b(0) = 0.01$

在临界现象。当 γ 的取值高于临界阈, 传染最终消失, 如 $\gamma=0.08\%$ 和 $\gamma=0.10\%$; 而当 γ 取值低于临界阈时, 传染最终在整个组合爆发, 如 $\gamma=0.02\%$ 、 $\gamma=0.04\%$ 和 $\gamma=0.06\%$ 。

以上对(10)式随机系统的模拟, 给出系统在给定参数对 (β, γ) 和初始被传染信用粒子密度条件下信用组合发生信用传染的依时特征, 意在表明信用传染的临界现象, 而在实际仿真时系统被传染的信用粒子的密度可通过 Monte Carlo 法进行随机抽样模拟。从以上仿真结果看, 信用传染过程可大致分为亚临界态和超临界态两类。①当处于超临界态时, 发生违约的信用粒子以正的几率传染信用组合中部分信用粒子或者全部信用粒子; ②当处在亚临界态时, 组合中出现违约的信用粒子将逐渐恢复, 最终信用传染逐渐消失。即存在一个关于信用粒子被传染的临界密度 b^c , 当被传染信用粒子密度小于临界密度 b^c 时, 被传染的信用粒子数保持不变或者逐渐恢复, 甚至减少至 0; 而当组合中信用粒子被传染的密度大于临界密度 b^c 时, 整个信用组合将被传染。

4.3 核心信用粒子与信用传染过程

在信用组合中, 局部的信用粒子发生信用违约时, 由于信用传染的作用, 会导致整个组合中更多的信用粒子发生信用违约, 也就是组合中局部出现的信用传染对整个组合信用均场动态产生的影响。这

些引发感染的局部信用粒子往往是组合中核心部分^[36], 为探讨这种效应, 假设整个组合中引发传染的核心粒子(信用粒子始终被传染)的比率为 r 。令 $q(t) = b(t) - r, q(t)$ 实际意义是信用组合中核心粒子以外发生传染的信用粒子占整个组合的比率。由(10)式可得如下均场动态, 即

$$q(t+1) = [1-r-q(t)]\beta[q(t)+r]^2 + q(t) - q(t)\gamma[1-r-q(t)] - \beta[q(t)]^3 + (\beta+\gamma-3r\beta)[q(t)]^2 + (2r\beta-\gamma+r\gamma-3r^2\beta+1)q(t) + r^2\beta - r^3\beta \quad (14)$$

当信用传染在整个信用组合中达到均衡态时, (14)式存在依赖于 (β, γ, r) 参数的 3 个稳定点, 即

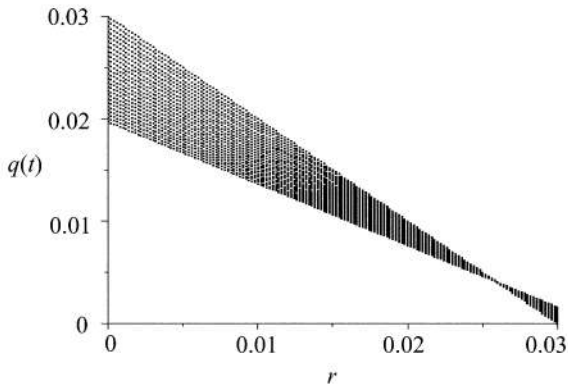
$$\left\{ \frac{1}{\beta} \left(\frac{1}{2}\gamma - r\beta \pm \frac{1}{2}\sqrt{-4r\beta\gamma + \gamma^2} \right), 1-r \right\} \quad (15)$$

其中, 当 $\gamma < 4r\beta$ 时, $(1-r)$ 为全局稳定点。当 $\gamma \geq 4r\beta$, 根据 $q(t) \in (0, 1)$ 定义可知, (15)式 3 个点均为局部稳定的, 其中最大值满足

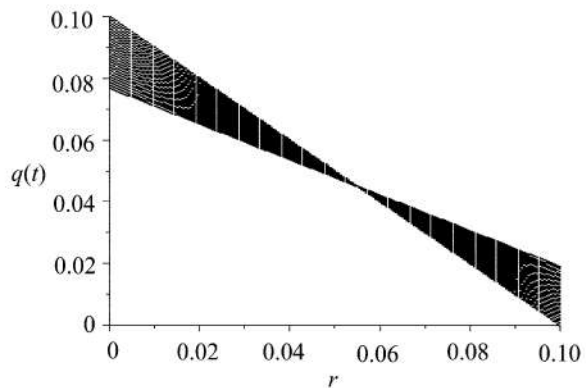
$$\frac{1}{\beta} \left(\frac{1}{2}\gamma - r\beta + \frac{1}{2}\sqrt{-4r\beta\gamma + \gamma^2} \right) < 1 \quad (16)$$

当 $r=0$, 可知 $q(t) = b(t) = 1$ 是一个稳定点, 其含义是组合可以保持信用粒子没有被传染的状态; 当 $r > 0$ 时, $q(t) = 0$ 点不是稳定点。

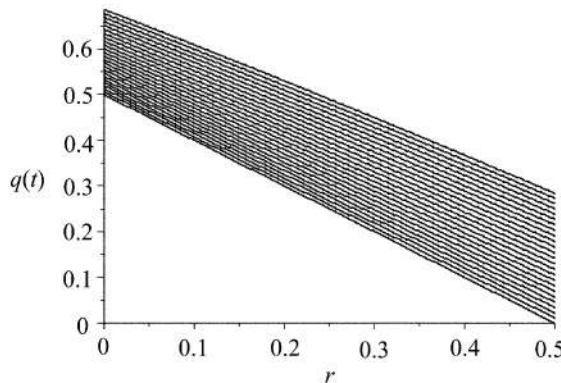
下面给出 $q(t)$ 与 r 关系的数值模拟, 见图 6。



(a) $b(0) = 0.03$



(b) $b(0) = 0.10$



(c) $b(0) = 0.50$

图 6 $q(t)$ 与 r 的关系

Figure 6 Relationship between $q(t)$ and r

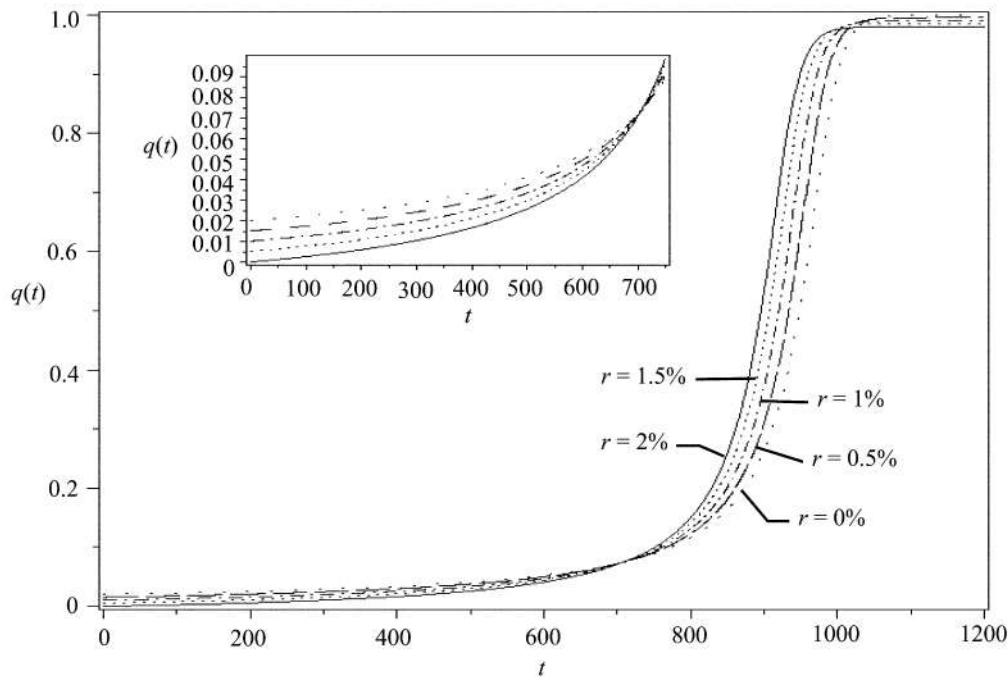


图7 $q(t)$ 随时间 t 的演化动态
Figure 7 Evolution of $q(t)$ with time t

图6由maple程序生成。图6中 $\beta = 0.09, \gamma = 0.02$, 图6(a)、(b)和(c)中, 信用组合初始感染粒子密度 $b(0)$ 分别为0.03、0.10和0.50。任一 r 值对应的纵向点列为 $q(t)$ 在 $t \in (0, 24)$ 的分布。

由图6可知, 给定初始传染信用粒子密度 $b(0)$, 当 $b(0)$ 低于一个临界阈时, 组合内被传染粒子的密度不会增加; 当初始信用粒子被传染的密度高于临界阈时, 组合内被传染粒子的密度就会增加, 如图6(a)中, r 的临界阈就在(0.02, 0.03)之间。 $q(t)$ 随时间 t 的演化如图7所示, 图7由maple程序生成。从图7显示的 $q(t)$ 随时间 t 的演化特征看, 在信用传染中起核心传染作用的信用粒子在整个组合演化中决定着非核心信用粒子被传染的规模。

本研究将网络理论应用于具体的信用风险管理领域, 以信用网络的观点研究信用违约的传导问题, 以不同的方式探讨临界阈的问题, 重点论述信用传染中阈现象。对于信用网络来说, 由于个体之间形成连接的差异可能导致网络整体上表现出不同特征。对于信用网络这种复杂社会网络, 其网络发生的传染效应还受网络中节点状态、整个信用网络的均场状态和宏观经济环境等其他随机因素的影响。限于写作目的和篇幅, 没有进一步将敏感性作为讨论的内容, 但对信用网络结构敏感性讨论是具体信用风险管理必须面对的问题, 即基于信用网络的压力测试重点关注违约产生的后续冲击效应。

5 结论

本研究利用复杂网络和流行过程理论探讨基于简单规则结构的信用传染和对均场依赖的信用传

染, 进一步分析信用传染中核心信用粒子与传染动态的关系。研究表明, 在简单规则网络的结构中, 信用组合发生信用传染存在临界特征; 信用网络发生的传染效应受网络中节点状态、整个信用网络的均场状态等因素影响; 对均场依赖的信用传染中, 信用传染存在对初始被传染密度、传染系数、信用粒子恢复系数等参数的依赖, 传染过程表现出依赖参数的临界特征; 在整个组合演化中起核心传染作用的信用粒子, 决定着非核心信用粒子被传染的规模。

从研究中得到的启示是零售信用组合中信用传染对网络局部被传染密度依赖, 同时还对信用网络均场依赖。由于信用网络中信用粒子的局部聚簇关系, 在整体上表现为信用组合的均场效应, 因此可以通过考察信用网络均场的演化过程来判断零售信用组合的传染动态, 这为信用传染风险管理的压力测试提供一种新的选择。值得注意的是, 在一般“社会流行”的控制中想在短期内改变社会的参数是不可能的, 即使可能也将非常困难。控制信用传染也存在类似的问题, 即使在银行授信风险控制中, 有意识的降低信用集中度, 但仍然不能避免处于稳定经济结构中的债务人之间形成高度关联的信用网络。在涉及控制零售信用组合传染风险的几个参数中, 相对容易调整的是信用传染阈值, 如有针对性的对债务人的金融救助和传统的提高资本拨备, 其目的就是提高债务人的违约阈值。但是由于不了解信用网络结构产生的外部效应, 致使银行对债务人的外部金融援助并没有发挥出所预期的作用或错过发挥预期作用的最佳时机。因此, 金融救助中选择恰当的时机和救助对象至关重要。

本研究提出的模型还是一个相对抽象的模型,离实际应用仍有较大差距。因此,如何建立更接近实际的基于信用网络均场和网络局部结构效应的信用风险模型以及基于信用网络的压力测试是今后重要的研究方向。

参考文献:

- [1] Haldane A G. Why banks failed the stress test [J]. BIS Review, 2009, 18: 1-23.
- [2] Zieger T. Rating of network-integrated corporations [J]. International Advances in Economic Research, 2009, 15(1): 115-124.
- [3] De Masi G, Fujiwara Y, Gallegati M, Greenwald B, Stiglitz J E. An analysis of the Japanese credit network [R]. arXiv: 0901.2384v1, 2009.
- [4] Egloff D, Leippold M, Vanini P. A simple model of credit contagion [J]. Journal of Banking & Finance, 2007, 31(8): 2475-2492.
- [5] Delli Gatti D, Gallegati M, Greenwald B, Russo A, Stiglitz J E. Business fluctuations in a credit-network economy [J]. Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications, 2006, 370(1): 68-74.
- [6] Frey R, McNeil A J, Nyfeler M. Copulas and credit models [J]. Risk, 2001, 14(10): 111-114.
- [7] Kole E, Guenster N, Jacobsen B. Bubbles and crashes in industries [R]. Rotterdam: RSM Erasmus University, The Netherlands, 2005.
- [8] Davis M, Lo V. Infectious defaults [J]. Quantitative Finance, 2001, 1(4): 382-387.
- [9] Jarrow R A, Yu F. Counterparty risk and the pricing of defaultable securities [J]. The Journal of Finance, 2001, 56(5): 1765-1799.
- [10] De Servigny A, Renault O. Measuring and managing credit risk [M]. New York: McGraw-Hill, 2004: 1-471.
- [11] Das S R, Freed L, Geng G, Kapadia N. Correlated default risk [J]. Journal of Fixed Income, 2006, 16(2): 7-32.
- [12] Giesecke K, Weber S. Cyclical correlations, credit contagion, and portfolio losses [J]. Journal of Banking & Finance, 2004, 28(12): 3009-3036.
- [13] Haworth H. Structural models of credit with default contagion [D]. Oxford: University of Oxford, 2006: 1-159.
- [14] Horst U. Stochastic cascades, credit contagion, and large portfolio losses [J]. Journal of Economic Behavior & Organization, 2007, 63(1): 25-54.
- [15] Dai Pra P, Runggaldier W J, Sartori E, Tolotti M. Large portfolio losses, a dynamic contagion model [J]. The Annals of Applied Probability, 2009, 19(1): 347-394.
- [16] Rösch D, Winterfeldt B. Estimating credit contagion in a standard factor model [J]. Risk, 2008, 21(8): 78-82.
- [17] Gai P, Kapadia S. Contagion in financial networks [R]. Bank of England, 2008.
- [18] Newman M E J. Clustering and preferential attachment in growing networks [J]. Physical Review E, 2001, 64(2): 25102.
- [19] Newman M E J. The structure and function of complex networks [J]. SIAM Review, 2003, 45(2): 167-256.
- [20] 李宗怡, 李玉海. 我国银行同业拆借市场“传染”风险的实证研究 [J]. 财贸研究, 2005(6): 51-58.
Li Zongyi, Li Yuhai. An empirical examination of contagion risk in the interbank market of China [J]. Finance and Trade Research, 2005(6): 51-58. (in Chinese)
- [21] 张志波, 齐中英. 基于全球经济大系统的金融危机传染机制研究 [J]. 商业研究, 2006(13): 40-43.
Zhang Zhibo, Qi Zhongying. The research on contagion mechanism of financial crisis based on the global large-scale economic system [J]. Commercial Research, 2006(13): 40-43. (in Chinese)
- [22] 王倩, Hartmann-Wendels, 王煦逸. 信用风险传染综述 [J]. 金融理论与实践, 2008(4): 92-95.
Wang Qian, Hartmann-Wendels, Wang Xuyi. A summary of financial risk infection [J]. Financial Theory & Practice, 2008(4): 92-95. (in Chinese)
- [23] 陈兵, 万阳松. 基于信用链接的银行网络风险传染研究述评 [J]. 上海金融, 2008(2): 26-30.
Chen Bing, Wan Yangsong. Review on researches of risk contagion derived from credit linkage in banking network [J]. Shanghai Finance, 2008(2): 26-30. (in Chinese)
- [24] 张志英. 金融风险传导的相关问题研究 [J]. 管理科学文摘, 2008(Z1): 352.
Zhang Zhiying. Study on relate issues of financial risk transfer [J]. Digest of Management Science, 2008(Z1): 352. (in Chinese)
- [25] 史永东, 武军伟. 违约集聚与组合信用衍生品: 基于 Levy 过程的动态模型 [J]. 世界经济, 2009(10): 60-70.
Shi Yongdong, Wu Junwei. Concentration of credit derivatives default: A dynamic model based on Levy processes [J]. The Journal of World Economy, 2009(10): 60-70. (in Chinese)
- [26] Morris M. Epidemiology and social networks [J]. Sociological Methods & Research, 1993, 22(1): 99-126.
- [27] Christley R M, Pinchbeck G L, Bowers R G, Clancy D, French N P, Bennett R, Turner J. Infection in so-

- cial networks: Using network analysis to identify high-risk individuals [J]. *American Journal of Epidemiology*, 2005, 162(10):1024–1031.
- [28] Ferguson N. Capturing human behaviour [J]. *Nature*, 2007, 446(7137):733.
- [29] BCBS. Proposed enhancements to the Basel II framework, January [R]. Basel Committee on Banking Supervision, 2009. <http://www.bis.org/publ/bcbs150.pdf>.
- [30] Haas C N. Conditional dose-response relationships for microorganisms: Development and application [J]. *Risk Analysis*, 2002, 22(3):455–463.
- [31] Zhou J, Liu Z. Epidemic spreading in communities with mobile agents [J]. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 2009, 388(7):1228–1236.
- [32] Grabowski A, Kosinski R. Mixing patterns in a large social network [J]. *Acta Physica Polonica B*, 2008, 39(5):1291–1300.
- [33] Dodds P S, Watts D J. A generalized model of social and biological contagion [J]. *Journal of Theoretical Biology*, 2005, 232(4):587–604.
- [34] Jackson M O, Yariv L. Diffusion of behavior and equilibrium properties in network games [J]. *The American Economic Review*, 2007, 97(2):92–98.
- [35] López-Pintado D. Diffusion in complex social networks [J]. *Games and Economic Behavior*, 2008, 62(2):573–590.
- [36] Marder M. Dynamics of epidemics on random networks [J]. *Physical Review E*, 2007, 75(6):66103.

Credit Contagion of Retail Credit Portfolio

Long Quan^{1,3}, Ding Yongsheng²

1 Post-doctoral Mobile Station of Applied Economics of Fudan University, Shanghai 200433, China

2 College of Information Sciences and Technology, Donghua University, Shanghai 201620, China

3 Business School of Shanghai Dianji University, Shanghai 200245, China

Abstract: With theories of complex network and epidemic process, several issues of contagion of retail credit portfolio were studied, including credit contagion in simple credit structure of regular lattice and credit contagion of mean-field dependent and that relation between core credit granular and dynamic of credit contagion. Critical feature of credit contagion was found in credit portfolio with simple regular lattice structure of credit network. When probability of credit granular being contaminated exceed threshold, whole credit portfolio is to be infected. Contagion effects of credit network is also affected by node status of the network, mean field of credit network and other factors. In mean-field dependent process of credit contagion, credit contagion is dependent on initial density of credit portfolio being infected, infection coefficient and recovery coefficient. The process of contagion is also shown for critical features of parameters. The size of credit granulae being infected is determined by credit granulae, which plays core role in credit contagion. The result of simulation shows that there is strong nonlinear dependence of the transmission probability on the local density of contagion and the mean-field being contagion in retail credit portfolio. This study provides theoretical basis for stress-testing of credit contagion.

Keywords: credit contagion; network structure; mean-field dependent; contagion threshold

Received Date: May 27th, 2010 **Accepted Date:** January 12th, 2011

Funded Project: Supported by the National Natural Science Foundation of China(70701009)

Biography: Dr. Long Quan, a Xinjiang Shihezi native(1975 –), graduated from Donghua University and is a post-doctoral researcher in post-doctoral mobile station of Applied Economics at Fudan University and a lecturer in the Business School of Shanghai Dianji University. His research interests include financial risk, intelligent decision, internal rating, etc. E-mail: dragonfountain@126.com □