



# 基于时变高阶矩模型的 贵金属市场风险测度研究

吕永健, 王 鹏

西南财经大学 中国金融研究中心, 成都 611130

**摘要:**以黄金为代表的贵金属及其金融衍生品的交易量不断增长,逐渐成为与股票和债券平行的投资和避险工具,但关于贵金属市场风险测度的研究却比较缺乏。以上海和伦敦市场的黄金和白银交易价格为样本,基于常数高阶矩模型和时变高阶矩模型建立风险测度模型,计算出不同模型的风险价值和预期损失;采用严谨的后验分析方法,在多头和空头两种头寸共10种分位数水平下对不同模型的风险测度精确性进行后验分析。研究结果表明,在测度风险价值时,时变高阶矩模型的风险测度精确性略优于常数高阶矩模型,带有杠杠效应的时变高阶矩模型优于不带杠杠效应的时变高阶矩模型;综合对比分析不同风险测度模型的后验分析结果可知,对于准确测度贵金属市场的风险,GJR-GARCHSK模型是一个相对合理的选择。

**关键词:** 贵金属市场; 风险价值; 预期损失; 时变高阶矩; 后验分析

**中图分类号:** F830.9

**文献标识码:** A

**doi:** 10.3969/j.issn.1672-0334.2015.01.011

**文章编号:** 1672-0334(2015)01-0133-11

## 1 引言

近年来,黄金和白银等贵金属的交易活动日趋活跃,逐渐成为与股票和债券平行的金融投资工具。自2008年金融危机爆发以来,受欧美等国家推出的量化宽松政策影响,贵金属价格波动加剧,巨大的市场风险也给中国投资者造成严重的影响。根据中国黄金协会数据显示,仅在2013年二季度中国投资者就消费385.820吨黄金,但随后黄金价格在年内一路下跌,投资者悉数套牢,并承受约上百亿元人民币的巨大损失。与此同时,国内外学者围绕贵金属现货及其衍生品价格变化的影响机制也展开了大量的探索<sup>[1-5]</sup>,但就已有研究看,关于贵金属市场,尤其是中国白银市场风险测度的系统性研究却极为缺乏,仅周茂华等<sup>[6]</sup>曾对比不同GARCH族模型在黄金市场风险测度中的精确性。因此,对贵金属市场展开系统的风险测度研究工作,不仅极具理论意义,而且可以为中国金融机构提供行之有效的风险计量方法和工具,具有一定的实际价值。

## 2 相关研究评述

在风险管理领域,风险价值(value at risk, VaR)是目前实务界使用最为广泛的风险测度指标,它说明在一定持有期和置信水平下资产面临的最大损失界限。在已有研究中,风险建模工作主要围绕资产收益分布的二阶矩(方差)进行,而作为金融计量领域最为经典的一类刻画条件二阶矩波动的GARCH族模型也被广泛应用于风险测度建模中<sup>[7-9]</sup>。需要特别注意的是,由于在常规GARCH族模型的建模框架中,三阶矩(偏度)和四阶矩(峰度)并未被纳入模型框架,常规的GARCH族模型属于常数高阶矩波动模型,所以Zhu等<sup>[7]</sup>的研究并没有考虑时变条件偏度信息和时变条件峰度信息对风险测度精确性的影响。

然而,由于金融资产收益分布并不服从标准正态分布,而是具有有偏和尖峰厚尾等典型特征,越来越多的研究开始探索收益分布的三阶矩(偏度)和四阶矩(峰度)在风险管理、资产定价和期权定价中的作用<sup>[10-12]</sup>。尤其在风险管理领域内,三阶矩和四阶矩

收稿日期:2014-08-25 修返日期:2014-12-27

基金项目:国家自然科学基金(71101119,71473200);四川省教育厅创新团队建设项目(JBK130401)

作者简介:吕永健(1987-),男,山东安丘人,西南财经大学中国金融研究中心博士研究生,研究方向:金融时间序列分析和金融风险管理等。E-mail:lyuyongjian@163.com

对风险测度的影响更为直观。例如,如果某资产组合收益分布存在较大的峰度值,其极端损失出现的概率将会更大,若风险测度模型将峰度系数始终设为常数,在连续极端事件冲击下,基于该风险测度模型的资产管理活动可能会面临巨大的意外损失。因此,精确和可靠的风险测度方法应该综合考虑高阶矩(即三阶矩和四阶矩)的时变特征,否则难以以为后续的风险管理活动提供准确的决策依据。

目前对于时变高阶矩波动模型的研究大多集中在建模领域。Harvey等<sup>[10]</sup>在GARCH模型基础上将条件偏度纳入建模框架,提出自回归条件方差-偏度模型,即GARCHS模型;León等<sup>[11]</sup>提出GARCHSK和NAGARCHSK模型,可以同时描述收益序列条件方差、条件偏度和条件峰度的时变特征;王鹏等<sup>[13]</sup>在GJR-GARCH模型的基础上,提出极具结构性优势的GJR-GARCHSK模型。需要进一步指出的是,时变高阶矩模型在金融风险中的应用效果仍在争议之中。从有限的研究看,Bali等<sup>[14]</sup>选择以CRSP价值加权指数(CRSP value-weighted index)作为样本,认为相对于常规GARCH族模型,时变高阶矩波动模型可以更精确地测算CRSP指数的风险价值;而Dark<sup>[12]</sup>却在研究中发现,时变高阶矩波动模型测算的VaR值精确性低于基于正态分布的普通非对称条件方差模型;You等<sup>[15]</sup>认为基于时变二阶矩模型和时变高阶矩模型测算出的VaR值不存在显著的差异;Ergün等<sup>[16]</sup>在研究中发现,时变高阶矩模型在测算预期损失时具有相对优势,而在测算VaR时与常数高阶矩模型无明显的差异。综合上述研究可以发现,关于时变高阶矩模型是否比常数高阶矩模型具有更高的风险预测能力仍然处在争论中,需要更进一步的分析和论证。

基于以上分析,①本研究综合考虑资产收益分布中二阶矩和高阶矩的时变特征,基于时变高阶矩模

型对国内外贵金属市场进行风险测度,对时变高阶矩模型是否比常数高阶矩模型具有更高的风险预测能力进行系统研究。②由于VaR本身存在若干理论缺陷,如VaR不满足次可加性特征<sup>[17]</sup>,还忽略了收益分布中的极端尾部状况<sup>[18-19]</sup>,因此本研究区别于Bali等<sup>[14]</sup>和Dark<sup>[12]</sup>仅基于VaR指标进行研究的做法,根据Yamai等<sup>[20]</sup>、Elliott等<sup>[19]</sup>和Hoogerheide等<sup>[21]</sup>的建议,在时变高阶矩的风险测度中还基于另外一种可以更好捕捉尾部收益风险和满足次可加性的风险测度指标,即预期损失(expected shortfall,ES)。③考虑到资产收益分布一般不是对称性的,同一标的资产的多头头寸和空头头寸VaR值和ES值可能会显著不同,所以不同于Bali等<sup>[14]</sup>和Dark<sup>[12]</sup>仅从多头角度对市场风险进行考察的研究方式,本研究同时从多头头寸和空头头寸两个角度对贵金属现货市场的风险状况展开分析。④目前针对中国贵金属市场风险测度的研究仍然比较缺乏,尤其是中国白银市场,尚无相关研究进行考察。鉴于此,本研究还将对包括中国白银市场在内的贵金属市场的波动特征及其最优风险测度模型的选择问题进行深入研究。

### 3 样本数据的描述性统计

本研究样本为上海和伦敦黄金交易所中黄金和白银交易的日价格数据,上海黄金、伦敦黄金和伦敦白银的样本区间为2006年1月2日至2014年2月31日,上海白银的样本区间为2004年3月1日至2014年2月31日,数据来源于CSMAR数据库。以上海黄金市场样本为例,假设样本总个数为 $T$ , $p_t$ 为第 $t$ 期的收盘价, $t=1,2,\dots,T$ , $r_t$ 为第 $t$ 期的日收益率,采用 $100 \times$ 原始日收益率的形式,具体为

$$r_t = 100 \times [\ln(p_t) - \ln(p_{t-1})] \quad (1)$$

图1给出4个贵金属市场日收益率的波动状况。

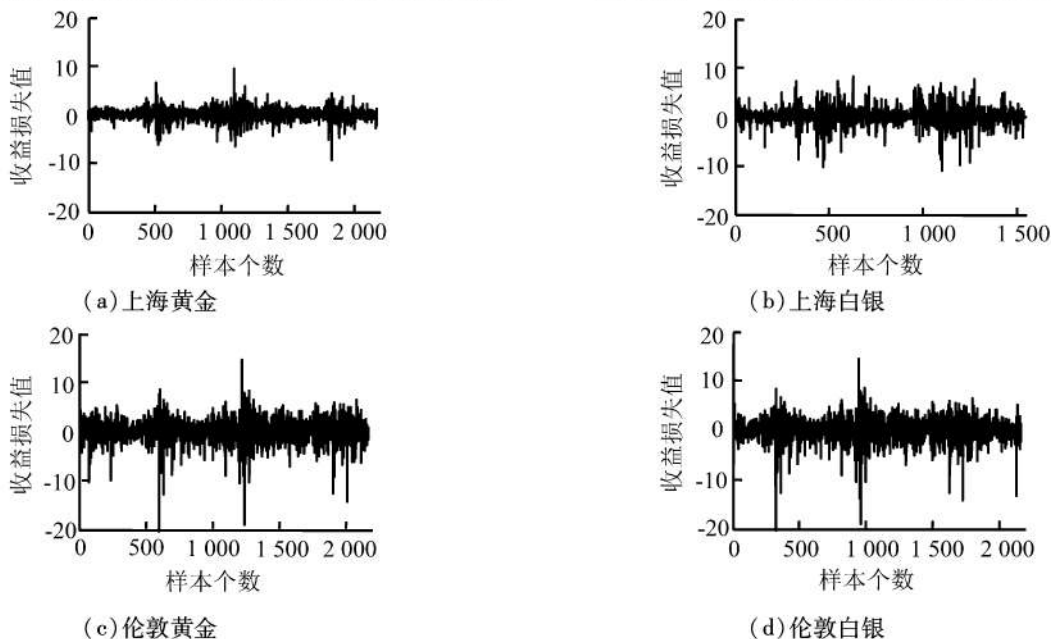


图1 4个贵金属市场日收益率的波动状况

Figure 1 Fluctuation Conditions of 4 Precious Metals Market Return

表1 样本数据的描述性统计  
Table 1 Descriptive Statistics of the Sample Data

	均值	标准差	峰度	偏度	J-B	ADF	Q(10)
上海黄金	0.000	0.011	10.307	-0.451	4 904.200*	-48.831*	14.439
上海白银	0.000	0.019	8.052	-0.600	1 685.400*	-37.649*	7.594
伦敦黄金	0.000	0.023	11.275	-1.224	6 570.100*	-46.064*	8.301
伦敦白银	0.000	0.023	11.925	-1.197	7 473.100*	-46.872*	88.170*

注:J-B为检验收益率是否服从正态分布的Jarque-Bera统计量;ADF为单位根检验值;Q(10)为滞后阶数为10阶的Ljung-Box Q统计值;\*为在5%水平下显著。下同。

表1给出4种贵金属原始收益率数据的描述性统计结果。

由图1和表1可知,①在5%的显著性水平上,各贵金属收益波动中的长记忆性特征并不十分显著,表中Ljung-Box Q统计量只有在伦敦白银市场中才显著;②从J-B值可知,4种贵金属的非条件收益率都不服从标准正态分布,从偏度和峰度值看,呈现出明显的尖峰厚尾和有偏形态;③由表1的ADF单位根检验结果可知,4种贵金属的非条件收益序列是平稳的,可以做进一步的分析和建模。

4 贵金属现货市场风险测度模型的构建

4.1 常数高阶矩模型

(1)在条件均值的建模中,考虑到很多学者认为AR(1)模型可以对价格变化的自相关特征做出良好的描述<sup>[22-23]</sup>,本研究假设条件均值服从AR(1)过程,即

$$r_t = \rho r_{t-1} + \varepsilon_t = \rho r_{t-1} + h_t^{\frac{1}{2}} z_t \quad (2)$$

其中, $\rho$ 为滞后一期(即第 $(t-1)$ 期)日收益率 $r_{t-1}$ 的系数, $\varepsilon_t$ 为残差项, $h_t^{\frac{1}{2}}$ 为条件标准差,新生变量 $z_t$ 为均值为0、方差是1的独立同分布随机变量。

(2)在条件方差的建模中,为了充分刻画收益率波动中存在的波动聚集性等典型事实,采用GARCH模型及衍生模型等(包括NAGARCH和GJR-GARCH)常数高阶矩模型进行建模。对于GARCH项和ARCH项滞后阶数选择问题,由于一阶形式的GARCH模型就能较好地描述资产价格波动的诸多典型事实<sup>[23]</sup>,所以将滞后阶数均设置为一阶形式,3种GARCH模型的条件方差形式如下。

①GARCH(1,1)模型的条件方差方程为<sup>[24]</sup>

$$h_t = \beta_0 + \beta_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_2 h_{t-1} \quad (3)$$

其中, $h_t$ 为条件方差, $\beta_0$ 为常数项, $\beta_1$ 为ARCH项系数, $\beta_2$ 为GARCH项系数。

②NAGARCH(1,1)模型的条件方差方程为<sup>[25]</sup>

$$h_t = \beta_0 + \beta_1 (\varepsilon_{t-1} + \beta_3 h_{t-1}^{\frac{1}{2}})^2 + \beta_2 h_{t-1} \quad (4)$$

其中, $\beta_3$ 为杠杆系数。

③GJR-GARCH(1,1)模型的条件方差方程为<sup>[26]</sup>

$$h_t = \beta_0 + \beta_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_2 h_{t-1} + \beta_3 \psi_{t-1} \varepsilon_{t-1}^2 \quad (5)$$

其中, $\psi_{t-1}$ 为哑变量,当 $\varepsilon_{t-1} < 0$ 时, $\psi_{t-1} = 1$ ;在其余情况

下, $\psi_{t-1} = 0$ 。

4.2 时变高阶矩模型

除采用GARCH族模型构建风险测度模型外,本研究还采用可以刻画时变条件偏度和时变条件峰度的时变高阶矩模型,下面给出AR(1)-GARCHSK( $m_1, n_1, m_2, n_2, m_3, n_3$ )模型、AR(1)-NAGARCHSK( $m_1, n_1, m_2, n_2, m_3, n_3$ )模型和AR(1)-GJR-GARCHSK( $m_1, n_1, m_2, n_2, m_3, n_3$ )模型, $m$ 和 $n$ 为滞后阶数。

(1)AR(1)-GARCHSK( $m_1, n_1, m_2, n_2, m_3, n_3$ )模型的具体形式为<sup>[27,11]</sup>

$$\begin{cases} r_t = \mu_t + \varepsilon_t = \rho r_{t-1} + h_t^{\frac{1}{2}} z_t \\ h_t = \beta_0 + \sum_{i=1}^{n_1} \beta_{1,i} \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^{m_1} \beta_{2,j} h_{t-j} \\ s_t = \gamma_0 + \sum_{i=1}^{n_2} \gamma_{1,i} z_{t-i}^3 + \sum_{j=1}^{m_2} \gamma_{2,j} s_{t-j} \\ k_t = \delta_0 + \sum_{i=1}^{n_3} \delta_{1,i} z_{t-i}^4 + \sum_{j=1}^{m_3} \delta_{2,j} k_{t-j} \end{cases} \quad (6)$$

其中, $\mu_t$ 为条件均值, $z_t | \Omega_{t-1} \sim D(0, h_t, s_t, k_t)$ , $\Omega_{t-1}$ 为 $(t-1)$ 期的信息集, $s_t$ 为条件偏度, $k_t$ 为条件峰度, $\gamma_0$ 和 $\delta_0$ 为常数项, $\beta_{1,i}$ 为ARCH项系数, $\beta_{2,j}$ 为GARCH项系数, $\gamma_{1,i}$ 为偏度方程中 $z_t$ 三次方项的系数, $\gamma_{2,j}$ 为条件偏度的系数, $\delta_{1,i}$ 为峰度方程中 $z_t$ 四次方项的系数, $\delta_{2,j}$ 为条件峰度的系数, $D(0, h_t, s_t, k_t)$ 为包含均值、方差、偏度和峰度的Gram-Charlier扩展分布。

(2)AR(1)-NAGARCHSK( $m_1, n_1, m_2, n_2, m_3, n_3$ )模型的具体形式为<sup>[11]</sup>

$$\begin{cases} r_t = \mu_t + \varepsilon_t = \rho r_{t-1} + h_t^{\frac{1}{2}} z_t \\ h_t = \beta_0 + \sum_{i=1}^{n_1} \beta_{1,i} (\varepsilon_{t-i} + \beta_{3,i} h_{t-i}^{\frac{1}{2}})^2 + \sum_{j=1}^{m_1} \beta_{2,j} h_{t-j} \\ s_t = \gamma_0 + \sum_{i=1}^{n_2} \gamma_{1,i} (z_{t-i} + \gamma_{3,i} s_{t-i}^{\frac{1}{3}})^3 + \sum_{j=1}^{m_2} \gamma_{2,j} s_{t-j} \\ k_t = \delta_0 + \sum_{i=1}^{n_3} \delta_{1,i} (z_{t-i} + \delta_{3,i} k_{t-i}^{\frac{1}{3}})^4 + \sum_{j=1}^{m_3} \delta_{2,j} k_{t-j} \end{cases} \quad (7)$$

其中, $\beta_{3,i}$ 为杠杆系数, $\gamma_{3,i}$ 为条件偏度方程的杠杆效应系数, $\delta_{3,i}$ 为条件峰度方程的杠杆效应系数。

(3)AR(1)-GJR-GARCHSK( $m_1, n_1, m_2, n_2, m_3, n_3$ )模型的具体形式为<sup>[13]</sup>



$$\begin{cases} r_t = \mu_t + \varepsilon_t = \rho r_{t-1} + h_t^{\frac{1}{2}} z_t \\ h_t = \beta_0 + \sum_{i=1}^{n_1} (\beta_{1,i} \varepsilon_{t-i}^2 + \beta_{3,i} \varepsilon_{t-i}^2 \psi_{t-1,i}) + \sum_{j=1}^{m_1} \beta_{2,j} h_{t-j} \\ s_t = \gamma_0 + \sum_{i=1}^{n_2} (\gamma_{1,i} z_{t-i}^3 + \gamma_{3,i} z_{t-i}^3 \psi_{t-1,i}) + \sum_{j=1}^{m_2} \gamma_{2,j} s_{t-j} \\ k_t = \delta_0 + \sum_{i=1}^{n_3} (\delta_{1,i} z_{t-i}^4 + \delta_{3,i} z_{t-i}^4 \psi_{t-1,i}) + \sum_{j=1}^{m_3} \delta_{2,j} k_{t-j} \end{cases} \quad (8)$$

根据 León 等<sup>[11]</sup> 和许启发<sup>[28]</sup> 的建议, 本研究将上述3种高阶矩波动模型的滞后阶数均设置为1阶形式。

### 4.3 VaR 值的测算和后验分析方法

通过估计上述常数高阶矩波动模型和时变高阶矩波动模型, 本研究进一步计算出 VaR 值和 ES 值, 然后再通过后验分析方法检验各模型的风险测度精确程度。VaR 的计算方法及其后验分析方法如下。

$t$  时刻  $\alpha$  分位数水平下的 VaR 值可以定义为

$$VaR_t^\alpha = \mu_t + z_\alpha h_t \quad (9)$$

其中,  $z_\alpha$  为收益分布的  $\alpha$  损失分位数。为进一步增强结论的可靠性和严谨性, 本研究选择分别在多头和空头两种头寸共10种分位数下计算 VaR 值, 多头头寸分位数分别为10%、5%、2.500%、1%、0.500%, 空头头寸分位数分别为90%、95%、97.500%、99%、99.500%。

条件均值  $\mu_t$  和条件方差  $h_t$  可以通过前两节介绍的各个波动模型估计得出, 由于本研究在估计常数高阶矩波动模型时均假定新生变量服从标准正态分布, 所以在计算 VaR 时,  $z_\alpha$  即是标准正态分布下的分位数。而在计算基于时变高阶矩波动模型的 VaR 值时, 需要根据 Gram-Charlier 扩展分布求出相应的分位数  $z_\alpha$ 。本研究在估计时变高阶矩波动模型的过程中假设  $D(0, h_t, s_t, k_t)$  为 Gram-Charlier 扩展分布 (简记为 GCE), 所以新生变量  $z_t$  的密度函数形式可以表示为<sup>[11]</sup>

$$GCE(z_t | I_{t-1}) = \varphi(z_t) \left[ 1 + \frac{s_t}{3!} (z_t^3 - 3z_t) + \frac{k_t - 3}{4!} (z_t^4 - 6z_t^2 + 3) \right] \quad (10)$$

其中,  $\varphi(\cdot)$  为标准正态分布的概率密度函数。特别的, 当  $s_t = 0$  和  $k_t = 3$  时, (10) 式即为标准正态分布的密度函数。

对于评估各个风险测度模型的精确程度和适应范围而言, 后验分析是必不可少的部分。在对 VaR 进行后验分析时, 本研究采用 Christoffersen<sup>[29]</sup> 提出的条件覆盖检验方法, 条件覆盖检验是在 Kupiec<sup>[30]</sup> 提出的非条件覆盖检验和 Christoffersen<sup>[29]</sup> 提出的独立性检验基础上设计出来的, 该方法的具体思路如下。

非条件覆盖检验的原假设为在  $\alpha$  分位数下, 模型测度失败事件 (指实际损失值超出 VaR 值时的情况) 独立服从 Bernoulli ( $\alpha$ ) 二项分布。在原假设成立的情况下, 可以导出一个服从二项分布的非条件概率似然比统计值  $LR_{uc}$ , 即

$$LR_{uc} = 2 \ln \left[ \left( 1 - \frac{x}{T} \right)^{T-x} \left( \frac{x}{T} \right)^x \right] - 2 \ln \left[ (1-P)^{T-x} P^x \right] \sim \chi^2(1) \quad (11)$$

其中,  $x$  为在期限  $T$  内的失败事件次数,  $P$  为预测频率,  $\chi^2(1)$  为自由度为1的  $\chi^2$  分布, 该检验最终可以归结为经验频率  $\frac{x}{T}$  是否趋近于预测频率。

但在实际情况中, 失败事件之间也可能是相关的、非独立的, 而失败事件的连续出现可能会加剧金融机构资本运作的风险。为了将失败事件独立性这一因素纳入检验方法之内, Christoffersen<sup>[29]</sup> 提出独立性检验, 其似然函数统计值  $LR_{ind}$  为

$$LR_{ind} = -2 \ln \left[ (1-P_2)^{n_{00}+n_{10}} P_2^{n_{01}+n_{11}} \right] + 2 \ln \left[ (1-P_{01})^{n_{00}} P_{01}^{n_{01}} (1-P_{11})^{n_{10}} P_{11}^{n_{11}} \right] \sim \chi^2(1) \quad (12)$$

其中, 原假设为本次风险模型测度失败事件与前一

次事件是独立的,  $P_{01} = \frac{n_{01}}{n_{00} + n_{01}}, P_{11} = \frac{n_{11}}{n_{10} + n_{11}}, P_2 = \frac{n_{01} + n_{11}}{n_{00} + n_{01} + n_{10} + n_{11}}$ ,  $n_{00}$  为风险模型测度本期成功且前

一期成功的观察期数,  $n_{10}$  为本期风险模型测度失败但前一期成功,  $n_{01}$  为本期风险模型测度成功但前一期失败,  $n_{11}$  为本期风险模型测度失败且前一期也失败。如果所得出的相应分位数下的  $LR_{ind}$  统计值大于相应的  $\chi^2(1)$  分布的临界值, 那么拒绝原假设, 即该风险测度模型的失败事件之间独立性较弱; 反之, 则接受原假设, 即风险测度模型的失败事件之间独立性较强, 模型精确性较高。

Christoffersen<sup>[29]</sup> 在前面两个检验的基础上, 构建条件覆盖检验, 该检验的似然函数统计值  $LR_{cc}$  为

$$LR_{cc} = LR_{uc} + LR_{ind} \sim \chi^2(2) \quad (13)$$

其中,  $\chi^2(2)$  为自由度为2的  $\chi^2$  分布。如果  $LR_{cc}$  统计值大于相应的  $\chi^2(2)$  分布的临界值, 则拒绝原假设, 即风险测度模型精确性欠佳; 反之, 则接受原假设, 即风险测度模型精确性较高。

为了便于定量比较不同模型的 VaR 风险测度精确性, 本研究所用的判断标准是条件覆盖检验的显著性  $p$  值。如果某一风险测度模型的  $p$  值越大, 则表明原假设成立的可能性越大, 那么基于该风险测度模型所测算的 VaR 精确性越高。

### 4.4 ES 值的测算和后验分析方法

本研究对 ES 测度的计算和后验分析方法展开研究。第  $t$  期  $\alpha$  分位数下的 ES 可以定义为<sup>[17]</sup>

$$ES_t^\alpha = -E_{t-1}(r_t | r_t < -VaR_t^\alpha) \quad (14)$$

以多头头寸为例,  $\alpha$  分位数下 ES 值的计算步骤如下<sup>[31]</sup>。

- (1) 将分位数区间  $(0, \alpha)$  进行  $M$  等分, 即可得到  $M$  个分位数  $(\frac{\alpha}{M}, \frac{2\alpha}{M}, \dots, \alpha)$ , 再根据 (9) 式分别求出  $M$  个分位数水平下的 VaR 序列  $(VaR_t^{\frac{\alpha}{M}}, VaR_t^{\frac{2\alpha}{M}}, \dots, VaR_t^\alpha)$ ;
- (2) 计算出上述  $M$  个不同分位数水平下 VaR 的算

术平均值,即可得到 $t$ 期 $\alpha$ 分位数下的 $ES$ 值,表示为

$$ES_t^\alpha = \sum_{i=\frac{\alpha}{M}}^{\alpha} \frac{VaR_i}{M} \quad (15)$$

对于计算空头头寸的 $ES$ 值,只需将分位数区间 $(0, \alpha)$ 替换为 $(1-\alpha, 1)$ 即可。

在 $ES$ 的后验分析部分,由于 $ES$ 值为损失部分超过某一分位数下 $VaR$ 值的条件期望值, $ES$ 并没有一个特定的分位数相对应,所以如何对计算出的 $ES$ 值进行后验分析仍然是一个比较难的问题。本研究借鉴McNeil等<sup>[22]</sup>提出的一种基于Bootstrap法的 $ES$ 后验分析方法,该检验方法的思路如下。

(1)构造超额残差序列 $y_t$ ,具体形式为

$$y_t = \frac{x_t - ES_t^\alpha}{h_t^{\frac{1}{2}}} \quad (16)$$

其中, $x_t$ 为损失额超出 $VaR$ 值的收益率值。对于超额残差序列 $y_t$ ,McNeil等<sup>[22]</sup>认为,由于 $ES$ 为损失超过 $VaR$ 值的条件期望值,如果测算 $ES$ 值使用的风险测度模型精确性较高时,超额残差序列 $y_t$ 应具有零均值特性,即其均值 $\mu_y = 0$ ,McNeil等<sup>[22]</sup>建议采用Bootstrap方法完成 $\mu_y = 0$ 的假设检验。

(2)假设该超额残差序列中有 $I$ 个样本点,构造一个新的离差序列 $l_t, t' = 1, 2, \dots, I, l_t$ 的形式为

$$l_t = y_t - \bar{y} \quad (17)$$

其中, $\bar{y}$ 为 $y_t$ 序列的算术平均值。

(3)根据新序列 $l_t$ 构造统计量 $t(I)$ ,即

$$t(I) = \frac{\bar{l}}{std(l)} \quad (18)$$

其中, $\bar{l}$ 为新序列的平均值, $std(l)$ 为新序列 $l_t$ 的标准差。

(4)采用Bootstrap方法产生 $I$ 个服从均匀分布的随机数,随机数的大小范围在 $1 \sim I$ 之间,按照随机数所确定的位置,找出 $l_t$ 中相对应的样本点,这样就形成一个新的Bootstrap样本。

(5)重复步骤(4) $N$ 次,可以产生 $N$ 个新Bootstrap样本,本研究令 $N = 1\ 000$ 。

(6)利用步骤(3),分别计算出所有Bootstrap随机样本的检验统计值 $t(I)$ ,分别记为 $t_1(I), t_2(I), \dots, t_N(I)$ ,初始样本计算出的 $t(I)$ 值记为 $t_0(I)$ ,通过本步骤的计算可以根据Bootstrap样本得到统计量 $t(I)$ 的经验分布。

(7)McNeil等<sup>[22]</sup>认为 $y_t$ 具有显著右偏分布的特性,所以本研究将假设检验的备择假设设置为 $\mu_y > 0$ ,计算出 $\{t_1(I), t_2(I), \dots, t_N(I)\}$ 序列中 $t(I)$ 值大于初始样本 $t_0(I)$ 的比例,称该比值为检验 $\mu_y = 0$ 的显著性 $p$ 值。 $p$ 值越大,则越接受原假设,即认为所选择的模型在估计 $ES$ 值中的精确性越高。

## 5 实证结论

### 5.1 不同风险测度模型的参数估计结果

本研究对常数高阶矩模型(即常规GARCH族模型,包括GARCH、NAGARCH和GJR-GARCH)和时变高阶矩波动模型(GARCHSK、NAGARCHSK和GJR-GARCHSK)进行估计。限于篇幅,表2仅给出上海黄金市场6个模型的参数估计结果。

根据表2的估计结果可知,①从时变高阶矩模型

表2 上海黄金市场各模型的参数估计结果

Table 2 Parameter Estimation Results of Shanghai Gold Market

	GARCH	NAGARCH	GJR-GARCH	GARCHSK	NAGARCHSK	GJR-GARCHSK
$\rho$	0.019(0.533)	0.001(0.204)	0.016(0.601)	0.077(0.000)	0.022(0.003)	0.057(0.000)
$\beta_0$	0.102(0.017)	-0.375(0.000)	0.093(0.029)	0.087(0.000)	0.064(0.000)	0.054(0.000)
$\beta_1$	0.114(0.000)	0.000(0.000)	0.139(0.000)	0.056(0.000)	0.068(0.000)	0.062(0.000)
$\beta_2$	0.864(0.000)	0.047(0.000)	0.871(0.000)	0.901(0.000)	0.898(0.000)	0.918(0.000)
$\beta_3$		-0.090(0.000)	-0.059(0.044)		0.143(0.000)	-0.010(0.000)
$\gamma_0$				-0.008(0.028)	0.131(0.051)	0.057(0.000)
$\gamma_1$				0.028(0.000)	0.001(0.335)	0.005(0.108)
$\gamma_2$				0.632(0.000)	0.597(0.000)	0.638(0.000)
$\gamma_3$					-4.451(0.083)	0.103(0.000)
$\delta_0$				1.029(0.000)	0.984(0.000)	0.846(0.000)
$\delta_1$				0.040(0.000)	0.040(0.000)	0.034(0.000)
$\delta_2$				0.475(0.000)	0.521(0.000)	0.565(0.000)
$\delta_3$					0.040(0.000)	0.044(0.000)
$\ln L$	4 073.408	3 949.685	4 077.557	-1 700.653	-1 649.515	-1 676.499
$Q(10)$	16.466	18.525	16.114	12.662	7.227	7.408

注:括号内数据为各个系数的显著性 $p$ 值; $\ln L$ 为各模型的最大对数似然值。

的估计结果看,时变条件偏度系数和时变条件峰度系数均十分显著,表明上海黄金市场收益率的条件偏度波动和条件峰度波动均存在显著的时变性;从 $\gamma_3$ 和 $\delta_3$ 的 $p$ 值看,两系数值也均十分显著,说明条件偏度信息波动和条件峰度信息波动存在显著的杠杆效应;②所有波动模型的ARCH项系数和GARCH项系数均十分显著,表明上海黄金市场的收益率波动存在明显的GARCH效应,波动聚集性特征显著;③从诊断性结果看,相对于常数高阶矩模型,时变高阶矩模型可以更好地拟合样本数据。

## 5.2 不同风险测度模型的VaR和ES测算结果

在对各个风险测度模型进行估计后,根据4.3节和4.4节VaR和ES的计算方法,可以求出各个贵金属市场多头头寸(10%、5%、2.500%、1%、0.500%)和空头头寸(90%、95%、97.500%、99%、99.500%)的VaR值和ES值。限于篇幅,图2和图3仅给出基于GARCH模型和GARCHSK模型在多头头寸1%和0.500%分位数下上海黄金市场的VaR值和ES值,为图形清晰起见,

随机截取第700~1 000个测算值进行展示。

仅从图2和图3的直观表象看,基于GARCHSK模型测算的VaR值和ES值具有更强的波动性,更严谨的结论需要通过下面的后验分析得出。

## 5.3 不同风险测度模型的VaR后验分析结果

在基于不同的风险测度模型测算出4个贵金属市场的风险价值后,本研究进一步采用条件覆盖检验方法对各模型的风险测度精确性进行分析,表3给出VaR后验分析结果。

根据表3的条件覆盖检验结果可以得到如下结论。

(1)对比分析刻画时变条件偏度信息和时变条件峰度信息的时变高阶矩模型与常数高阶矩模型可以发现,基于时变高阶矩模型的风险测度精确性略优于常数高阶矩模型,如在GARCH与GARCHSK、NAGARCH与NAGARCHSK、GJR-GARCH与GJR-GARCHSK的4个市场10个分位数下共120次对比中发现,时变高阶矩模型有62次优于常数高阶矩模型,另有6次对

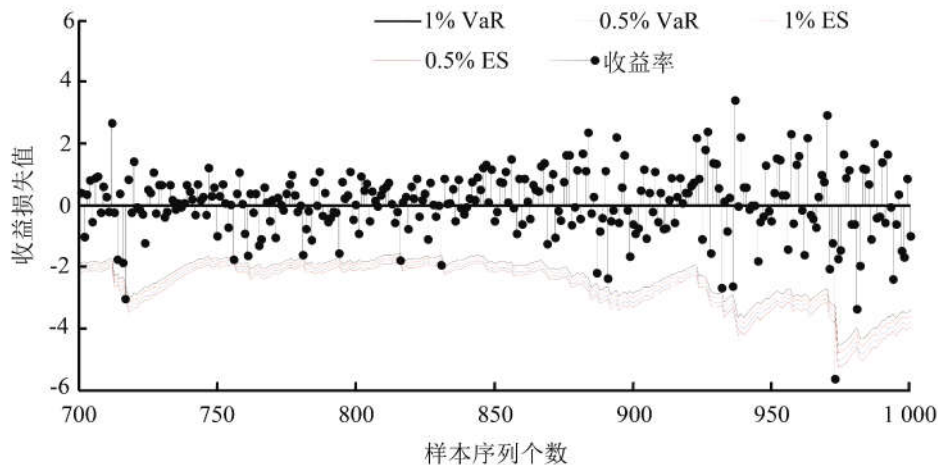


图2 基于GARCH模型的VaR和ES值结果

Figure 2 Estimated VaR and ES Based on GARCH Model

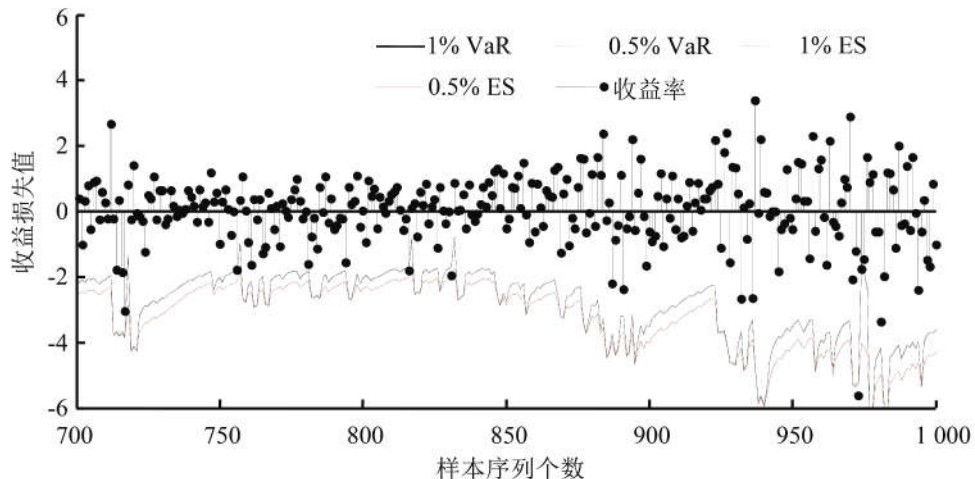


图3 基于GARCHSK模型的VaR和ES值结果

Figure 3 Estimated VaR and ES Based on GARCHSK Model



表3 VaR的后验分析结果  
Table 3 Backtesting Results of VaR

		多头 VaR					空头 VaR				
		10%	5%	2.500%	1%	0.500%	90%	95%	97.500%	99%	99.500%
上海黄金	I	0.000	0.281	0.097	0.006	0.000	0.022	0.264	0.658	0.281	0.025
	II	0.000	0.502	0.507	0.000	0.000	0.000	0.502	0.507	0.000	0.000
	III	0.001	0.612	0.247	0.045	0.000	0.020	0.636	0.886	0.585	0.214
	IV	0.748	0.480	0.003	0.028	0.000	0.674	0.017	0.001	0.315	0.000
	V	0.867	0.824	0.000	0.486	0.005	0.867	0.824	0.000	0.468	0.011
	VI	0.781	0.566	0.005	0.022	0.002	0.670	0.058	0.006	0.088	0.000
上海白银	I	0.000	0.238	0.275	0.004	0.000	0.008	0.544	0.400	0.001	0.000
	II	0.000	0.513	0.289	0.026	0.001	0.000	0.040	0.018	0.001	0.000
	III	0.000	0.157	0.264	0.000	0.000	0.008	0.507	0.253	0.015	0.006
	IV	0.022	0.105	0.000	0.362	0.011	0.617	0.310	0.201	0.047	0.004
	V	0.013	0.106	0.079	0.034	0.000	0.701	0.641	0.000	0.938	0.124
	VI	0.017	0.210	0.002	0.002	0.002	0.017	0.210	0.097	0.078	0.000
伦敦黄金	I	0.161	0.713	0.021	0.000	0.000	0.033	0.508	0.718	0.880	0.885
	II	0.001	0.160	0.009	0.000	0.000	0.257	0.689	0.021	0.001	0.000
	III	0.161	0.678	0.021	0.001	0.000	0.014	0.398	0.794	0.954	0.885
	IV	0.532	0.000	0.000	0.533	0.000	0.550	0.001	0.000	0.380	0.045
	V	0.601	0.000	0.000	0.457	0.135	0.002	0.042	0.127	0.302	0.615
	VI	0.538	0.000	0.094	0.009	0.000	0.419	0.319	0.002	0.182	0.000
伦敦白银	I	0.000	0.087	0.242	0.000	0.000	0.012	0.037	0.861	0.994	0.937
	II	0.001	0.160	0.009	0.000	0.000	0.001	0.207	0.128	0.000	0.000
	III	0.000	0.002	0.000	0.000	0.000	0.004	0.030	0.861	0.995	0.623
	IV	0.007	0.000	0.000	0.001	0.000	0.153	0.063	0.000	0.382	0.588
	V	0.601	0.000	0.000	0.663	0.009	0.272	0.156	0.000	0.012	0.722
	VI	0.080	0.002	0.000	0.002	0.003	0.485	0.142	0.002	0.182	0.000

注: I、II、III、IV、V、VI依次为GARCH、NAGARCH、GJR-GARCH、GARCHSK、NAGARCHSK、GJR-GARCHSK风险测度模型,下同。表中数据为各个模型分别在多头和空头头寸10种分位数下的条件覆盖检验后验分析显著性p值,如果p值越大,说明该模型可以有效控制VaR测度的失败率,模型精确性越高;p值越小,说明模型精确性越低。

比的后验分析p值持平,所以时变高阶矩模型略优于常数高阶矩模型。具体看,在GARCH与GARCHSK的40次对比中,GARCHSK有18次优于GARCH;在NAGARCH与NAGARCHSK的40次对比中,NAGARCHSK有26次优于NAGARCH;在GJR-GARCH与GJR-GARCHSK的40次对比中,GJR-GARCHSK有18次优于GJR-GARCH。所以总体上讲,时变高阶矩模型的风险测度精确性略优于常数高阶矩模型,但不具备显

著和稳定的优势。

(2)时变高阶矩模型在高分位数(1%、0.500%分位数和99%、99.500%分位数)水平上显著优于常数高阶矩模型,而在低分位数水平下并无明显优势,如在多头头寸的1%、0.500%分位数下和空头头寸的99%、99.500%分位数下共48次后验分析p值对比中,时变高阶矩模型有30次优于常数高阶矩模型,具体包括,在GARCH与GARCHSK的16次对比中,

GARCHSK有8次优于GARCH(还有3次 $p$ 值持平);在NAGARCH与NAGARCHSK的16次对比中,NAGARCHSK有15次优于NAGARCH;在GJR-GARCH与GJR-GARCHSK的16次对比中,GJR-GARCHSK有7次优于GJR-GARCH。

(3)带有杠杆效应的时变高阶矩波动模型在风险测度中表现出更高的精确性,结合表2中的参数估计和诊断结果,带有杠杆效应的时变高阶矩波动模型(NAGARCHSK和GJR-GARCHSK)可以更加全面地刻画价格波动的动力学特征,如价格波动的三阶矩和四阶矩的杠杆效应等。从诊断检验结果看,其拟合状

况更优,而且从各时变高阶矩模型的风险测度精度对比中发现,有杠杆效应的时变高阶矩波动模型精确性更高,NAGARCHSK模型和GJR-GARCHSK模型优于GARCHSK模型,表3中4个市场10个分位数下的40次对比中,NAGARCHSK有25次优于GARCHSK,GJR-GARCHSK有20次优于GARCHSK。

#### 5.4 不同风险测度模型的ES后验分析结果

基于不同风险测度模型测算出4个贵金属市场的ES值,进一步采用后验分析方法对各模型的风险测度精确性进行分析,表4给出ES后验分析结果。

根据表4的后验分析结果可以得到如下结论。

表4 ES后验分析结果  
Table 4 Backtesting Results of ES

		多头 ES					空头 ES				
		10%	5%	2.500%	1%	0.500%	90%	95%	97.500%	99%	99.500%
上海黄金	I	0.000	0.004	0.000	0.002	0.000	0.014	0.026	0.008	0.016	0.000
	II	0.004	0.004	0.000	0.000	0.003	0.002	0.014	0.000	0.000	0.000
	III	0.002	0.014	0.000	0.000	0.000	0.004	0.050	0.042	0.036	0.002
	IV	0.437	0.047	0.092	0.075	0.080	0.106	0.010	0.014	0.015	0.018
	V	0.322	0.055	0.040	0.055	0.027	0.000	0.000	0.010	0.174	0.376
	VI	0.755	0.192	0.175	0.207	0.202	0.000	0.000	0.012	0.170	0.530
上海白银	I	0.000	0.000	0.000	0.002	0.000	0.002	0.000	0.010	0.044	0.000
	II	0.001	0.000	0.000	0.004	0.000	0.000	0.002	0.000	0.022	0.000
	III	0.000	0.000	0.000	0.000	0.003	0.004	0.002	0.002	0.003	0.000
	IV	0.892	0.622	0.250	0.292	0.270	0.000	0.000	0.003	0.003	0.017
	V	0.777	0.770	0.692	0.637	0.665	0.000	0.000	0.005	0.030	0.070
	VI	0.847	0.825	0.847	0.690	0.652	0.000	0.000	0.007	0.050	0.012
伦敦黄金	I	0.004	0.000	0.000	0.002	0.000	0.126	0.076	0.096	0.200	0.000
	II	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000	0.010	0.040	0.104	0.212	0.000
	III	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000	0.076	0.070	0.104	0.214	0.000
	IV	0.882	0.862	0.770	0.517	0.507	0.000	0.007	0.050	0.130	0.330
	V	0.072	0.007	0.002	0.002	0.010	0.002	0.042	0.127	0.302	0.615
	VI	0.860	0.542	0.407	0.355	0.352	0.010	0.125	0.547	0.987	1.000
伦敦白银	I	0.003	0.000	0.005	0.000	0.000	0.258	0.104	0.556	0.632	0.000
	II	0.003	0.000	0.000	0.008	0.000	0.150	0.150	0.384	0.526	0.000
	III	0.007	0.000	0.000	0.000	0.000	0.204	0.122	0.584	0.642	0.000
	IV	0.824	0.835	0.330	0.694	0.364	0.005	0.154	0.500	0.854	0.977
	V	0.694	0.645	0.013	0.015	0.002	0.000	0.102	0.294	0.745	0.831
	VI	1.000	1.000	0.995	0.997	0.982	0.417	0.914	0.985	1.000	1.000

注:表中数据为各模型分别在多头和空头头寸10种分位数下ES值后验分析的显著性 $p$ 值,如果 $p$ 值越大,说明模型ES测度的精确性越高; $p$ 值越小,说明模型ES测度的精确性越低。



(1)时变高阶矩模型表现出的风险测度精确性显著优于常数高阶矩模型,如在GARCH与GARCHSK、NAGARCH与NAGARCHSK、GJR-GARCH与GJR-GARCHSK的4个市场10个分位数下共120次对比中发现,时变高阶矩模型有94次优于常数高阶矩模型。具体看,在GARCH与GARCHSK的40次对比中,GARCHSK有28次优于GARCH;在NAGARCH与NAGARCHSK的40次对比中,NAGARCHSK有32次优于NAGARCH;在GJR-GARCH与GJR-GARCHSK的40次对比中,GJR-GARCHSK有34次优于GJR-GARCH。所以总体上讲,时变高阶矩模型的风险测度精确性显著优于常数高阶矩模型。

(2)综合4个市场的ES后验分析结果看,GJR-GARCH在3个常数高阶矩模型中表现出相对最高的风险测度精确性,在GJR-GARCH与GARCH的40次对比中,GJR-GARCH有15次优于GARCH;在GARCH与NAGARCH的40次对比中,GARCH有16次优于NAGARCH。在GJR-GARCH与GARCH和NAGARCH的对比中还各有14次和17次持平。

(3)从各时变高阶矩模型的风险测度精度对比看,与VaR后验分析得出的结论相同,带有杠杆效应的时变高阶矩波动模型在风险测度中表现更高的精确性,GJR-GARCHSK表现出相对最高的精确性,4个市场多头和空头头寸10个分位数下的40次对比中,GJR-GARCHSK的后验分析有28次优于对应的GARCHSK,与NAGARCHSK的40次对比中有33次优于NAGARCHSK。

(4)综合表3和表4的结论看,GJR-GARCHSK模型在VaR风险测度中表现出极高的精确性,在ES风险测度中表现出最高的风险测度精确性,在综合考虑不同风险测度模型的后验分析精确性后,本研究认为GJR-GARCHSK模型是一个相对合理的选择。

## 6 结论

贵金属及其金融衍生品的投资活动日趋活跃,已经逐渐成为与股票和债券平行的投资工具和避险工具。本研究以上海和伦敦黄金市场和白银市场日收益率数据为研究对象,分别基于常规高阶矩模型以及可以捕捉时变条件偏度信息和峰度信息的时变高阶矩模型构建风险测度模型,对贵金属市场进行系统的风险测度研究。研究结果表明,①在贵金属市场的VaR测度中,时变高阶矩模型的风险测度精确性略优于常数高阶矩模型,这种优势在高分位数水平上(1%、0.500%分位数下和99%、99.500%分位数下)尤为明显;②从ES后验分析结果看,相对常数高阶矩模型,时变高阶矩模型表现出更高的精确性,比在VaR测度中的优势更为显著;③带有杠杆效应的时变高阶矩波动模型(NAGARCHSK和GJR-GARCHSK)可以更加全面地刻画价格波动的动力学特征,如价格波动的三阶矩和四阶矩的杠杆效应等,从各时变高阶矩模型的风险测度精度对比中发现,带有杠杆效应的时变高阶矩模型的风险测度精确性优于不带杠

杆效应的时变高阶矩模型;④综合考虑不同风险测度模型的后验分析精确性后,本研究认为GJR-GARCHSK模型是一个相对合理的选择。

本研究方法和实证结果为时变高阶矩视角下贵金属市场的风险管理工作提供了有益的理论借鉴和具有可操作性的实证方法,对相关金融机构有效控制贵金属市场的资金运作风险以及探索适合于现代金融环境的风险计量模型和风险测度工具而言具有一定的参考价值。然而,关于时变高阶矩的研究在国际上还处于起步阶段,大多数研究集中在时变高阶矩建模以及时变高阶矩对资产定价、资产组合选择、期权定价的影响等方面,对于模型建立的科学性以及模型改进的合理性等方面的研究还比较缺乏,如有限样本性质等,而上述问题直接关系到时变高阶矩模型在金融风险应用中的效果,这也是下一步研究的重要方向。

## 参考文献:

- [1] Lucey B M, Larkin C, O' Connor F A. London or New York: Where and when does the gold price originate? [J]. Applied Economics Letters, 2013, 20 (8):813-817.
- [2] Sjaastad L A. The price of gold and the exchange rates: Once again [J]. Resources Policy, 2008, 33 (2):118-124.
- [3] 郭彦峰,肖倬.中美黄金市场的价格发现和动态条件相关性研究[J].国际金融研究,2009 (11):75-83.  
Guo Yanfeng, Xiao Zhuo. The study of price discovery and dynamic correlation coefficients between the Chinese and American gold markets [J]. Studies of International Finance, 2009 (11): 75-83. (in Chinese)
- [4] 徐荟竹,曹媛媛,杜海均.货币国际化进程中黄金的作用[J].金融研究,2013(8):98-108.  
Xu Huizhu, Cao Yuanyuan, Du Haijun. Gold's function in the process of sovereign currency's internationalization [J]. Journal of Financial Research, 2013 (8):98-108. (in Chinese)
- [5] 刘飞,吴卫锋,王开科.我国黄金期货市场定价效率与价格发现功能测算:基于5分钟高频数据的实证研究[J].国际金融研究,2013(4):74-82.  
Liu Fei, Wu Weifeng, Wang Kaike. Measurement on pricing efficiency and price discovery function in China's gold future market: An empirical study based on 5-minute high frequency data [J]. Studies of International Finance, 2013(4):74-82. (in Chinese)
- [6] 周茂华,刘骏民,许平祥.基于GARCH族模型的黄金市场的风险度量与预测研究[J].国际金融研究,2011(5):87-96.  
Zhou Maohua, Liu Junmin, Xu Pingxiang. Risk meas-

- urement and prediction of world gold markets based on GARCH family models [ J ]. *Studies of International Finance*, 2011(5):87-96. (in Chinese)
- [7] Zhu D, Galbraith J W. Modeling and forecasting expected shortfall with the generalized asymmetric Student-*t* and asymmetric exponential power distributions [ J ]. *Journal of Empirical Finance*, 2011, 18(4):765-778.
- [8] Su J B, Lee M C, Chiu C L. Why does skewness and the fat-tail effect influence value-at-risk estimates? Evidence from alternative capital markets [ J ]. *International Review of Economics & Finance*, 2014, 31:59-85.
- [9] Weiß Gregor N F. Copula-GARCH versus dynamic conditional correlation: An empirical study on VaR and ES forecasting accuracy [ J ]. *Review of Quantitative Finance and Accounting*, 2013, 41(2):179-202.
- [10] Harvey C R, Siddique A. Conditional skewness in asset pricing tests [ J ]. *The Journal of Finance*, 2000, 55(3):1263-1295.
- [11] León A, Rubio G, Serna G. Autoregressive conditional volatility, skewness and kurtosis [ J ]. *The Quarterly Review of Economics and Finance*, 2005, 45(4/5):599-618.
- [12] Dark J G. Estimation of time varying skewness and kurtosis with an application to value at risk [ J ]. *Studies in Nonlinear Dynamics & Econometrics*, 2010, 14(2):1-48.
- [13] 王鹏, 王建琼, 魏宇. 自回归条件方差-偏度-峰度: 一个新的模型 [ J ]. *管理科学学报*, 2009, 12(5):121-129.  
Wang Peng, Wang Jianqiong, Wei Yu. Autoregressive conditional volatility-skewness-kurtosis: A new model [ J ]. *Journal of Management Sciences in China*, 2009, 12(5):121-129. (in Chinese)
- [14] Bali T G, Mo H, Tang Y. The role of autoregressive conditional skewness and kurtosis in the estimation of conditional VaR [ J ]. *Journal of Banking & Finance*, 2008, 32(2):269-282.
- [15] You L, Nguyen D. Higher order moment risk in efficient futures portfolios [ J ]. *Journal of Economics and Business*, 2013, 65:33-54.
- [16] Ergün A T, Jun J. Time-varying higher-order conditional moments and forecasting intraday VaR and expected shortfall [ J ]. *The Quarterly Review of Economics and Finance*, 2010, 50(3):264-272.
- [17] Artzner P, Delbaen F, Eber J M, Heath D. Thinking coherently [ J ]. *Risk*, 1997, 10:68-71.
- [18] Bouchaud J P, Potters M. Theory of financial risks: From statistical physics to risk management [ M ]. Cambridge: Cambridge University Press, 2000:103-108.
- [19] Elliott R J, Miao H. VaR and expected shortfall: A non-normal regime switching framework [ J ]. *Quantitative Finance*, 2009, 9(6):747-755.
- [20] Yamai Y, Yoshida T. Value-at-risk versus expected shortfall: A practical perspective [ J ]. *Journal of Banking & Finance*, 2005, 29(4):997-1015.
- [21] Hoogerheide L, van Dijk H K. Bayesian forecasting of value at risk and expected shortfall using adaptive importance sampling [ J ]. *International Journal of Forecasting*, 2010, 26(2):231-247.
- [22] McNeil A J, Frey R. Estimation of tail-related risk measures for heteroscedastic financial time series: An extreme value approach [ J ]. *Journal of Empirical Finance*, 2000, 7(3/4):271-300.
- [23] Wei Y, Wang Y, Huang D. Forecasting crude oil market volatility: Further evidence using GARCH-class models [ J ]. *Energy Economics*, 2010, 32(6):1477-1484.
- [24] Bollerslev T. Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity [ J ]. *Journal of Econometrics*, 1986, 31(3):307-327.
- [25] Engle R F, Ng V K. Measuring and testing the impact of news on volatility [ J ]. *The Journal of Finance*, 1993, 48(5):1749-1778.
- [26] Glosten L R, Jagannathan R, Runkle D E. On the relation between the expected value and the volatility of the nominal excess return of stocks [ J ]. *The Journal of Finance*, 1993, 48(5):1779-1801.
- [27] Jondeau E, Rockinger M. Conditional volatility, skewness, and kurtosis: Existence, persistence, and comovements [ J ]. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 2003, 27(10):1699-1737.
- [28] 许启发. 高阶矩波动性建模及应用 [ J ]. *数量经济技术经济研究*, 2006, 23(12):135-145.  
Xu Qifa. Modeling and application of higher moments volatility [ J ]. *The Journal of Quantitative & Technical Economics*, 2006, 23(12):135-145. (in Chinese)
- [29] Christoffersen P F. Evaluation interval forecasts [ J ]. *International Economic Review*, 1998, 39(4):841-862.
- [30] Kupiec P H. Techniques for verifying the accuracy of risk measurement models [ J ]. *The Journal of Derivatives*, 1995, 3(2):73-84.
- [31] Dowd K. Measuring market risk [ M ]. 2nd ed. New York: John Wiley & Sons, 2005:64-65.

## Risk Measurements on Precious Metal Market Given the Context of Time-varying High Order Moments

Lyu Yongjian, Wang Peng

Chinese Finance Research Institute, Southwestern University of Finance and Economics, Chengdu 611130, China

**Abstract:** In the previous study of VaR (value at risk), the risk measurements models mainly focus on the second order moments of returns distribution (variance), and GARCH models have been widely used in risk measurement researches. But in the framework of conventional GARCH family models, the time-varying three order moments (skewness) and the time-varying four order moments (kurtosis) are not included, so the GARCH model family belongs to the “constant higher order moments volatility model”. However, the distribution of financial asset return does not obey standard normal distribution, but is Leptokurtic and fat tailed distribution. More and more researches have begun to explore the role of the third order moments of the return distribution (skewness) and fourth order moments of the return distribution (kurtosis) in risk management, asset pricing and option pricing, where especially in the area of risk management, the influence of third order moments and fourth order moments are very intuitive. For example, if a portfolio returns distribution has a larger kurtosis value, the probability of extreme loss occurs will be larger. So if we set kurtosis coefficient as constant in the risk measurement models, the models will underestimate the impact of extreme events, and the asset management based on that risk measurement models may be facing a great loss in case of an accident. Therefore, the time-varying higher order moments is considered to be as an alternative for an accurate and reliable risk measurement method. The paper takes the spot price of gold and silver of Shanghai and London market as a sample. Since the trading volume of precious metals and their derivatives is continuously growing, the precious metals are gradually parallel with stock and bond as financial investment and hedging tools. However, the researches done on risk measurements of precious metals market have been relatively less. Hence, this paper uses both “constant higher order moments volatility model” (GARCH models) and “time-varying higher order moment models” as risk measurement models to estimate  $VaR$  (Value at risk) values and  $ES$  (Expected shortfall) values. Then this paper makes backtesting analysis respectively in the long and short positions. According to the empirical results, a series of important conclusions are concluded: ① the accuracy of Time-varying higher order moment model is better than that of constant higher order moment model, ② the time-varying higher order moment models with the leverage effect is better than that of the time-varying higher order moment model with no leverage effect, ③ the GJR-GARCHSK is of the highest accuracy model in estimating  $ES$ .

**Keywords:** precious metals market; value at risk; expected shortfall; time-varying higher order moment; backtesting analysis

**Received Date:** August 25<sup>th</sup>, 2014      **Accepted Date:** December 27<sup>th</sup>, 2014

**Funded Project:** Supported by the National Natural Science Foundation of China (71101119, 71473200) and the Sichuan Provincial Innovation Team Building Project of Department of Education (JBK130401)

**Biography:** Lyu Yongjian (1987 – , Native of Anqiu, Shandong), is a Ph. D candidate in the Chinese Finance Research Institute at Southwestern University of Finance and Economics. His research interests cover financial time series analysis and financial risk management, etc.

E-mail: lyuyongjian@163.com

□